



Contribution à la commande des réseaux électriques embarqués par des techniques à Gains Programmés

Pedro Neiva Kvieska

► To cite this version:

Pedro Neiva Kvieska. Contribution à la commande des réseaux électriques embarqués par des techniques à Gains Programmés. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2010. Français. NNT: . tel-00490109

HAL Id: tel-00490109

<https://theses.hal.science/tel-00490109>

Submitted on 8 Jun 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE
SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE L'INFORMATION ET DE MATHÉMATIQUES

Année : 2010

N° B.U. :

Thèse de Doctorat de l'École Centrale de Nantes

Spécialité : AUTOMATIQUE, ROBOTIQUE, TRAITEMENT DU SIGNAL ET
INFORMATIQUE APPLIQUÉE

Présentée et soutenue publiquement par :

Pedro Neiva Kvieska

le 20 mai 2010

à l'École Centrale de Nantes

CONTRIBUTION À LA COMMANDE DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES EMBARQUÉS PAR DES TECHNIQUES À GAINS PROGRAMMÉS

Jury

Président :	Mohammed M'SAAD	Professeur des Universités - UCBN - Caen
Rapporteurs :	Seddik BACHA	Professeur des Universités - UJF - Grenoble
	Germain GARCIA	Professeur des Universités - INSA Toulouse
Examineurs :	Mourad AIT-AHMED	Maître de Conférences - Polytech'Nantes
	Fouad BENKHORIS	Professeur des Universités - Polytech'Nantes
	Guy LEBRET	Maître de Conférences - École Centrale de Nantes
	Michel MALABRE	Directeur de Recherche - CNRS - Nantes
	Franck SCUILLER	Docteur - DCNS Ingénierie Navires Armées - Lorient
Invité :	Cédric DARENGOSSE	Docteur - DCNS Propulsion - Indret

Directeur de thèse : Michel MALABRE

Laboratoire / composante : IRCCyN / CNRS

Co-encadrant : Mourad AIT-AHMED

Laboratoire / composante : IREENA / École Polytechnique de l'Université de Nantes

Co-encadrant : Guy LEBRET

Laboratoire / composante : IRCCyN / École Centrale de Nantes

N° ED : 503-087

“La confirmation expérimentale d’une prédiction n’est qu’une mesure.
Une expérience qui contredit une prédiction est une découverte.”
Enrico Fermi

Remerciements

Si je peux aujourd’hui écrire ces quelques lignes de remerciements, c’est parce que cette belle aventure qu’a été la thèse se termine. J’aimerais donc montrer ici ma gratitude à tous ceux et toutes celles qui ont contribué et participé à ce beau périple.

Je tiens à remercier tout d’abord les membres du jury qui ont accepté d’évaluer mes travaux de recherche. Je remercie tout particulièrement les deux rapporteurs pour leurs remarques et conseils judicieux.

Je remercie également très chaleureusement mes encadrants. Je remercie Guy et Mourad pour leurs conseils, nos discussions et pour leur disponibilité. Les avoir côtoyé au long de ces trois ans m’a permis de grandir dans ma façon d’être et dans ma façon de travailler. Je remercie aussi très vivement Michel, mon directeur de thèse, qui a su apporter un soutien très apprécié lors des étapes difficiles. Je pars de l’IRCCyN avec une très grande admiration pour son expérience et ses compétences.

Je remercie Cédric Darengosse et Franck Scuiller de la DCNS pour la collaboration que nous avons pu mener au cours de ces travaux. Leurs conseils ainsi que leur expertise nous ont été très utiles.

Je remercie Gang Yao, post-doctorant que j’ai pu cotoyer au long d’une année et demi de ma thèse. Merci pour toutes nos discussions, scientifiques et non scientifiques, et pour la collaboration que nous avons pu mener.

Mon premier contact “réel” avec l’IRCCyN date en réalité de 2005, lors d’un stage dans le cadre de mes études d’ingénieur. Et si je suis revenu en 2007 pour y mener une thèse, c’est grâce à cette première expérience très réussie. Je remercie donc Robert Boisliveau et Franck Mars pour m’avoir “ouvert les portes” du laboratoire en 2005, et je les remercie également pour l’amitié qu’ils m’ont témoignée au cours de cette thèse.

A la fin de l’année 2006, lorsque je cherchais à revenir au laboratoire, j’ai également pu compter sur l’appui de plusieurs personnes. Je remercie tout d’abord M. José Pissolato de l’Université de Campinas, le principal responsable pour toute ma vie académique en France, et ce depuis 2003. Je remercie également M. Fouad Bennis, grand supporteur lors de ma période de recherche d’une thèse. Je finis cette partie “pré-thèse” en remerciant Jean-François Lafay, à l’époque directeur du laboratoire, qui m’a également soutenu dans ma démarche. Je le remercie aussi pour les conseils qu’il a pu me donner au cours de mes trois années de thèse en tant que collègue dans l’équipe Commande.

Tout au long de ma thèse j’ai eu la chance de côtoyer un magnifique groupe de thésards que je ne saurai jamais trop remercier. Étant loin de ma famille, ces amis m’ont accueilli et ont été pour moi un important pilier dans différentes étapes de la thèse.

Je remercie d’abord Jordan, le premier des thésards que j’ai rencontré, pour sa bonne humeur et sa compagnie. Grâce à Jordan j’ai pu également rencontrer Jean-Charles, que je remercie pour tous les bons moments et discussions philosophiques ! À trois pendant le mémorable été 2008 nous avons pu avoir une aventure inoubliable avec la Polski. Cela durera pour toute la vie !

Je remercie Didier pour l’amitié et pour les conseils toujours très équilibrés qu’il a pu me donner. Je remercie Émilie pour sa gentillesse et sa présence toujours très agréables. Ensemble nous avons pu créer notre très cher “Club Piano”, au sein duquel des magnifiques repas et des soirées très agréables ont pu avoir lieu.

Je remercie très vivement Paul-André qui, malgré la distance, a toujours été présent au cours de cette thèse. Je le remercie également pour ses blagues désopilantes, toujours très drôles (et c’est vrai !). Je remercie aussi très vivement Louis-Marie pour son agréable compagnie et aussi pour avoir toujours été, à mon sens, le thésard le plus motivé pour tout type de sortie ou de rencontre, ce que j’ai toujours apprécié.

Je remercie Di et Fabien pour les bons moments partagés lors de dîners et de pauses. Ces deux “grands frères” m’ont permis de mieux comprendre le monde de la recherche. Je remercie Roberto pour l’amitié, ses conseils et toutes nos discussions. Je remercie Farah, ma collègue de bureau, pour nos discussions et surtout pour sa patience ! J’étais très content d’avoir une collègue aussi gentille, et sa compagnie me manquera sûrement dans le futur.

Je remercie très chaleureusement Loïc pour l’amitié et pour tous les excellents (et le mot excellent n’est peut être pas suffisant) barbecues que nous avons pu organiser. Je remercie également très vivement Tomas et Sébastien pour les soirées dégustations que nous avons pu partager. Je remercie aussi avec le même enthousiasme Adrien, pour sa compagnie et son amitié. Bien au-delà de cela, je remercie les quatre pour les longues discussions que nous avons pu avoir à propos de la thèse, de la recherche, et de plein d’autres sujets !

Au long d’une dernière année très chargée, certaines personnes ont joué un rôle important dans les moments de détresse, même s’ils n’en sont pas conscients. Je remercie très sincèrement MM. Jon Lajoie, Jerry Seinfeld, Matt Groening, entre autres, pour leurs créations artistiques qui m’ont bien motivé.

Je remercie Gilles, pour les discussions au cours de la thèse, et aussi pour m’avoir fait connaître le magnifique monde d’Azeroth ! Je remercie également Théo pour les bons moments que nous avons partagés.

Je remercie vivement mon très cher ami André Fioravanti, avec qui je partage des aventures et des mésaventures depuis presque 10 ans. Je le remercie d’avoir été un important pilier au long de cette thèse, d’un point de vue scientifique et humain.

Je remercie ma chère Natalia, sans qui rien n’aurait eu un sens. Merci pour tout et un peu plus.

Je remercie mon frère Rodrigo et mes parents pour leur support et la confiance qu’ils ont toujours eu en moi. Je ne serais jamais arrivé aussi loin sans eux.

Table des matières

Remerciements	v
Table des Matières	vi
Table des Figures	x
1 Introduction Générale	1
1.1 Contexte de la Thèse	3
1.2 Projet MILES	3
1.3 Plan du Travail	4
1.4 Production Scientifique	5
I L'analyse des Réseaux Électriques	7
2 Modélisation LPV : Résultats Théoriques	9
2.1 Modèle Linéaire à Paramètres Variants	11
2.1.1 Obtention d'un Modèle LPV	12
2.1.1.1 Méthodes Analytiques	12
2.1.1.2 Méthodes Expérimentales	14
2.1.2 La Formulation de Problèmes de Commande LMI	14
2.1.2.1 Optimisation Convexe	15
2.2 Analyse de Stabilité des Systèmes LPV : Théorie de Lyapunov	16
2.2.1 Systèmes LTI	19
2.2.2 Systèmes LPV - Fonction à Paramètre Fixe	19
2.2.3 Systèmes LPV - Fonction Dépendante de Paramètre	19
2.3 Analyse de Performance des Systèmes LPV	21
2.3.1 Performance Mesurée par des Normes	21
2.3.2 Analyse de Stabilité et de Performance	21
2.4 Considérations Finales	22
3 Modèle Mathématique des Réseaux Électriques	23
3.1 Générateur Électrique : L'Alternateur	25
3.2 Système Global : Alternateur Couplé à des Charges RL	26
3.2.1 Limitations du Modèle	27
3.2.1.1 Modes Dynamiques : Systèmes du Premier Ordre	27
3.2.1.2 Discontinuité de la Tension de Sortie	28

3.3	Système Global : Alternateur Couplé à des Charges RLC	29
3.3.1	Charge RL	30
3.3.2	Charge C	30
3.3.3	Modèle Complet	30
3.3.4	Comparaison avec le Modèle RL	31
3.4	Simulateurs	32
3.4.1	Simulateur pour l'Alternateur Couplé à des Charges RL	33
3.4.2	Simulateur pour l'Alternateur Couplé à des Charges RLC	35
3.5	Considérations Finales	36
4	Analyse Dynamique du Système	37
4.1	Classification des Charges	39
4.1.1	Charges Considérées pour l'Étude	39
4.1.2	Distribution des Charges	40
4.1.2.1	Charges Instables	40
4.1.2.2	Charges avec des Dynamiques Dominantes et Charges avec des Dynamiques du Premier Ordre	40
4.1.2.3	Charges avec des Modes Peu Amortis et Charges avec des Modes Peu Amortis et Peu Commandables	42
4.1.3	Perspective : Commandes Intelligentes	43
4.2	Analyse Qualitative : Distance de Charge	44
4.2.1	<i>Distance de Charge</i>	44
4.2.2	Exemples de Commutations de Charge	45
4.2.2.1	Premier Cas : Commutation de Charge "Proche"	45
4.2.2.2	Deuxième Cas : Commutation de Charge "Éloignée"	46
4.3	Analyse Quantitative : Estimation de la Sortie	49
4.3.1	Évolution des États du Système	50
4.3.2	Fluctuation Autour de la Position d'Équilibre	51
4.3.3	La Somme des Réponses des Différents Modes Dynamiques	51
4.3.4	Analyse des Modes	52
4.3.4.1	Pôles Réels	53
4.3.4.2	Pôles Complexes avec une Partie Imaginaire Élevée	53
4.3.5	Exemple d'Application de la Fonction d'Estimation	55
4.3.5.1	Pôle Réel	55
4.3.5.2	Paire de Pôles Complexes 1	55
4.3.5.3	Paire de Pôles Complexes 2	55
4.3.5.4	Variation Globale Autour des États d'Équilibre	56
4.3.5.5	Variation de la Tension de Sortie	56
4.3.5.6	Précision de l'Estimation	57
4.4	Considérations Finales	57
II	La Commande des Réseaux Électriques	59
5	Tour d'Horizon : Commande des Réseaux Électriques	61
5.1	Commande Linéaire	63
5.1.1	Technique Utilisée	63

5.1.2	Résolution	64
5.1.3	Résultats	65
5.2	Commande Prédictive	65
5.2.1	Commande Prédictive pour une Génératrice Éolienne Autonome . . .	66
5.3	Commande Anticipative	67
5.4	Commande à Gains Programmés	69
5.4.1	Applications des Commandes à Gains Programmés	70
5.4.2	Variation des Gains d'un Régulateur PID	71
5.4.3	Régulateur RST à Gains Programmés	74
5.5	Considérations Finales	76
6	Commande Anticipative à Gains Programmés	79
6.1	Commande Anticipative : Diviser le Problème	81
6.2	Le Régulateur	82
6.2.1	Topologie de la Commande	82
6.2.2	Spécifications de la Commande	83
6.2.3	Commande Optimale	84
6.2.4	Stabilité des Régulateurs Utilisés pour les deux Périodes	85
6.2.5	Stratégie de la Commande : la Construction des deux Régulateurs . .	87
6.2.5.1	Le Choix des Paramètres <i>Après</i> la Commutation	88
6.2.5.2	Le Choix des Paramètres <i>Avant</i> la Commutation	88
6.3	Le Choix de l'État Final Désiré Avant la Commutation	89
6.3.1	La Commande Optimale en Boucle-Ouverte	89
6.3.2	Optimisation	93
6.3.2.1	La Fonction Objectif	93
6.3.2.2	Contrainte de l'Optimisation	94
6.3.2.3	Le Problème d'Optimisation	94
6.4	Considérations Finales	95
7	Exemples de la Stratégie de Commande	97
7.1	Exemple 1 : Déconnexion d'une Partie du Réseau	99
7.1.1	Les charges	99
7.1.2	Les Paramètres du Régulateur	99
7.1.2.1	Situation 1 : la Commutation sans la Commande Anticipative	99
7.1.2.2	Situation 2 : la Commutation avec la Commande Anticipative	99
7.1.3	Résultats de Simulation	100
7.1.4	Analyse de Robustesse : l'Anticipation de la Commutation	102
7.1.4.1	Décalage Positif	103
7.1.4.2	Décalage Négatif	103
7.2	Exemple 2 : Connexion d'une Charge Inductive	106
7.2.1	Les charges	106
7.2.2	Les Paramètres du Régulateur	106
7.2.2.1	Situation 1 : la Commutation sans la Commande Anticipative	106
7.2.2.2	Situation 2 : la Commutation avec la Commande Anticipative	106
7.2.3	Résultats de Simulation	107
7.2.4	Analyse de Robustesse : l'Anticipation de la Commutation	109
7.2.4.1	Décalage Positif	109

7.2.4.2	Décalage Négatif	109
7.3	Exemple 3 : Connexion d'une Partie du Réseau	113
7.3.1	Les Charges	113
7.3.2	Les Paramètres du Régulateur	113
7.3.2.1	Situation 1 : la Commutation sans la Commande Anticipative	113
7.3.2.2	Situation 2 : la Commutation avec la Commande Anticipative	113
7.3.3	Résultats de Simulation	114
7.3.4	Analyse de Robustesse : l'Anticipation de la Commutation	116
7.3.4.1	Décalage Positif	116
7.3.4.2	Décalage Négatif	117
7.4	Considérations Finales	120
7.4.1	Exemple 1	120
7.4.2	Exemple 2	120
7.4.3	Exemple 3	120
III	Conclusion et Perspectives	123
8	Conclusion et Perspectives	125
8.1	Première Partie : Analyse	127
8.2	Deuxième Partie : Commande	128
8.3	Perspectives	128
8.3.1	Analyse de Stabilité et Performance des Systèmes LPV avec d'autres Outils	128
8.3.2	Commande des Charges Instables	129
8.3.3	Commande Intelligente Basée sur la Classification des Charges	129
8.3.4	Prise en Compte de Toutes les Contraintes lors de la Synthèse des Régulateurs	129
8.3.5	Simplification du Réglages des Régulateurs	129
8.3.6	Robustesse de la Commande	130
8.3.7	Banc d'Essai	130
IV	Annexes	131
A	Résultats de Stabilité pour les Systèmes LPV	133
A.1	Multi-Modèles - Systèmes Interpolés	135
A.2	Stabilité Entrée/Sortie : Théorie du Faible Gain	137
A.2.1	Liens entre stabilité selon Lyapunov et la Stabilité Entrée/Sortie	139
A.3	Résultats de Stabilité pour les Systèmes LPV Descripteurs	140
A.4	Considérations Finales	143
B	Commande Optimale	145
B.1	Les Équations	147
B.2	Résolution des Équations de la Commande Optimale	149
	Bibliographie	151

Table des figures

1.1	Architecture du Système	4
2.1	Variation du modèle LPV $A(\delta)x$	13
2.2	Système Masse-Ressort avec une raideur qui varie au cours du temps	16
2.3	Position de la masse en fonction du temps pour $\sigma(t) = \cos(2t)$ et condition initiale non nulle	17
3.1	L'alternateur couplé à des charges RL	26
3.2	Simulation du système RL pour une entrée constante	28
3.3	Discontinuité pour une commutation de charge à $t = 20s$ - Modèle RL	29
3.4	L'alternateur couplé à des charges RLC	30
3.5	Simulation du système RLC pour une entrée constante	32
3.6	Zoom de la commutation de charge à $t = 20s$	33
3.7	Interface du Simulateur RL	34
3.8	Boucle d'intégration pour le simulateur RLC - Intérieur de l'interface	35
4.1	Distribution des Charges dans les différents groupes	41
4.2	Commutation entre deux charges proches à $t = 100s$	46
4.3	Commutation entre deux charges éloignées à $t = 100s$	47
4.4	La tension de sortie pour une entrée de commande constante et des conditions initiales données	57
5.1	Le problème standard H_∞	63
5.2	Schéma d'une turbine éolienne autonome	66
5.3	Schéma de commande proposé : un régulateur PI avec de la commande prédictive, et un compensateur de tension	67
5.4	Évaluation du temps de récupération de la tension de sortie après un incident	68
5.5	Générateur AC en boucle avec un régulateur PID	72
5.6	Schéma de la variation des gains du régulateur à Gains Programmés	73
5.7	Schéma de Commande RST	74
5.8	Organigramme de variation des coefficients d'un régulateur RST	75
6.1	Tension de sortie pour une commutation à $t = 1$ seconde	81
6.2	Schema de Commande	83
6.3	Bloc "Feedforward" : c'est une boucle fermée sur les états du modèle	83
6.4	Tension de sortie et entrée de commande pour la période <i>avant</i> la commutation	92
6.5	Zoom des courbes de tension et de commande pour atteindre x_d	93

7.1	Exemple 1 : A gauche la réponse du système sans la stratégie anticipative, et à droite, avec la stratégie	101
7.2	Exemple 1 : Zoom de la figure précédente	101
7.3	Exemple 1 : Comparaison des résultats dans le même axe	102
7.4	Exemple 1 : Décalages positifs : <i>avance</i> de la commutation par rapport à l'entrée de commande	104
7.5	Exemple 1 : Décalages négatifs : <i>retard</i> de la commutation par rapport à l'entrée de commande	105
7.6	Exemple 2 : A gauche la réponse du système sans la stratégie anticipative, et à droite, avec la stratégie	108
7.7	Exemple 2 : Zoom de la figure précédente	108
7.8	Exemple 2 : Comparaison des résultats dans le même axe	109
7.9	Exemple 2 : Décalages positifs : <i>avance</i> de la commutation par rapport à l'entrée de commande	111
7.10	Exemple 2 : Décalages négatifs : <i>retard</i> de la commutation par rapport à l'entrée de commande	112
7.11	Exemple 3 : A gauche la réponse du système sans la stratégie anticipative, et à droite, avec la stratégie	115
7.12	Exemple 3 : Zoom de la figure précédente	115
7.13	Exemple 3 : Comparaison des résultats dans le même axe	116
7.14	Exemple 3 : Décalages positifs : <i>avance</i> de la commutation par rapport à l'entrée de commande	118
7.15	Exemple 3 : Décalages négatifs : <i>retard</i> de la commutation par rapport à l'entrée de commande	119
A.1	Interconnection des systèmes	139
A.2	Schéma Simplifié par l'absence du signal u_2	139

Chapitre 1

Introduction Générale

Sommaire

1.1	Contexte de la Thèse	3
1.2	Projet MILES	3
1.3	Plan du Travail	4
1.4	Production Scientifique	5

1.1 Contexte de la Thèse

Les systèmes électriques et électroniques ont aujourd'hui une place indéniable au sein de la vie moderne : dans notre société actuelle, nous vivons l'ère du "tout électrique". Les systèmes sont de plus en plus automatisés, et des sous-parties de systèmes complexes (comme une voiture ou un avion) qui étaient classiquement mécaniques, deviennent aujourd'hui électriques. Dans un avion commercial comme le Boeing 787, on trouve non moins de 100 km de câbles électriques. L'Airbus 380 présente plus de 500 km !

Le but principal des travaux doctoraux ici présentés est de commander la tension de sortie de réseaux électriques embarqués. C'est le cas dans des voitures, bateaux, navires et avions. Dans ce manuscrit nous nous intéressons particulièrement aux réseaux navals. Dans ce type de réseau la puissance est souvent limitée face aux différentes charges électriques présentes. Un bon exemple sont les phares d'une voiture qui s'affaiblissent lorsqu'on essaye de démarrer le moteur. Le but est de maintenir le bon fonctionnement de ces réseaux compte tenu de toutes les variations de topologie.

Dans ce type de système dynamique, les charges peuvent varier énormément en fonction de l'environnement auquel est soumis le système, ou en fonction de son utilisation à un instant donné. Dans un navire par exemple, il y a des moteurs, des stabilisateurs, des restaurants, des lumières, etc. Les moteurs et les stabilisateurs peuvent être plus ou moins sollicités en fonction de l'état de mer, les lumières seront plus sollicitées la nuit que le jour, etc. Il est donc facile de voir que ce système évolue au cours du temps et que sa topologie change.

Une approche simple pour ce problème serait de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement, et considérer les variations de paramètres comme des incertitudes. En faisant cela on pourrait peut-être parvenir à un régulateur robuste. Cependant, cela présente deux inconvénients : d'abord le modèle représenterait de façon tellement grossière le système réel que les incertitudes seraient très importantes pour couvrir toute la plage de fonctionnement. D'autre part, si on arrivait à synthétiser un régulateur, il serait tellement conservateur que ses performances ne seraient probablement pas satisfaisantes.

Une approche beaucoup plus adaptée serait de considérer le problème non-linéaire et le résoudre à l'aide d'outils non-linéaires. Cette approche a cependant l'inconvénient d'être complexe.

Un bon compromis est alors d'utiliser les commandes à Gains Programmés, ou *Gain Scheduling*. Comme on l'expliquera par la suite, cette approche emploie des outils linéaires pour traiter des problèmes non-linéaires, en considérant par exemple une succession de systèmes localement linéaires. C'est le cas notamment pour la représentation sous la forme d'un système Linéaire à Paramètres Variants, ou LPV. Les modèles utilisés pour les réseaux électriques seront écrits sous cette forme, et des régulateurs à Gains Programmés en seront déduits.

1.2 Projet MILES

Cette thèse s'inscrit dans l'axe WP5 du Projet MILES soutenu par la région des Pays de la Loire. Cet axe du projet a pour thème la recherche de nouvelles techniques de commande pour des réseaux électriques embarqués. La figure 1.1 illustre l'architecture adoptée pour le projet.

Des techniques à Gains Programmés sont combinées à des méthodes de supervision intelligentes. Comme montré dans la figure, des régulateurs à Gains Programmés sont utilisés

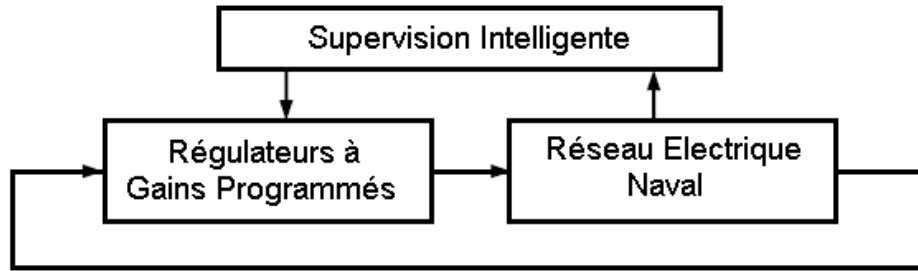


FIGURE 1.1 – Architecture du Système

à la place de régulateurs PID traditionnels. De cette façon des régulateurs qui évoluent avec le système peuvent être conçus pour des situations variées. Il est donc possible d’assurer une meilleure performance lors des transitoires et des régimes permanents. Dans le cadre de cette thèse nous nous intéressons juste à la synthèse de régulateurs. Nos travaux sont donc représentés par la case “Régulateurs à Gains Programmés” du schéma de la figure 1.1.

Pour pouvoir automatiser les changements des régulateurs, un mécanisme est nécessaire pour détecter le changement des charges. Ce mécanisme sera responsable de la création d’un signal qui “informe” le régulateur à propos de la situation du réseau. C’est le bloc “Supervision Intelligente” de la figure 1.1. Un chercheur post-doctorant à l’IRCCyN, M. Gang Yao, s’est occupé de cette partie du projet pendant un an et demi, et j’ai pu collaborer à ses recherches dans le cadre de ce projet.

1.3 Plan du Travail

Ce manuscrit est organisé en deux parties : d’abord une analyse complète des réseaux électriques embarqués est présentée. Les réseaux considérés dans ce manuscrit peuvent être écrits naturellement sous la forme de systèmes Linéaires à Paramètres Variants, ou LPV. Le chapitre 2 présente des résultats théoriques pour l’obtention et l’analyse de ces systèmes.

Ensuite, au chapitre 3, les modèles mathématiques des systèmes considérés dans nos travaux sont présentés. Un réseau électrique embarqué peut être modélisé par un générateur couplé à des charges : c’est une représentation simplifiée d’un réseau électrique naval. Dans un premier temps, les charges sont décrites par des circuits équivalent RL, déduits à partir des puissances actives et réactives consommées. Dans un deuxième temps, un modèle plus adapté, qui prend en compte les effets capacitifs du réseau, est présenté. Cela aboutit à un système dynamique du 9^{ème} ordre : c’est un bon compromis entre représentation réaliste et complexité. Les simulateurs qui ont été développés dans le cadre de la thèse sont également discutés à la fin de ce chapitre.

Au chapitre 4 une discussion détaillée à propos des caractéristiques intrinsèques des systèmes est présentée. Les charges peuvent être classifiées en fonction de leurs comportements dynamiques. De cette façon, il est envisageable de faire la synthèse de lois de commande pour des groupes de charges plutôt que pour des valeurs précises. Deux analyses des commutations de charges sont présentées. D’abord une analyse *qualitative*, avec la *Distance de Charge*. Ensuite, une analyse quantitative : une fonction d’estimation de la variation de la tension de sortie après une commutation est proposée.

La deuxième partie de ce manuscrit aborde la problématique de la commande des réseaux électriques embarqués. Le chapitre 5 présente un rapide tour d’horizon à propos des techniques utilisées pour ce type de réseau. Ce chapitre se termine par une mise en perspective de la commande présentée dans le chapitre suivant.

Le chapitre 6 propose une technique de commande anticipative à Gains Programmés. Classiquement, pour traiter les commutations de charge une approche basée sur le rejet de perturbation est utilisée : le système est en régime permanent, et une commutation se produit. La tension de sortie va dévier de sa valeur nominale, et le régulateur doit donc ramener la tension à nouveau à sa valeur nominale.

Notre approche est différente : la commutation sera anticipée. Dans un système naval, la plupart du temps, pour les charges très consommatrices, une commutation de charge peut être prévue. L’interrupteur qui connecte (ou déconnecte) la charge peut également transmettre cette information à un régulateur. Le but est de “préparer” le système, pour qu’il soit dans un état plus *favorable* au changement de charge. Quand la commutation se produit, plutôt que le régime permanent du système *avant* celle-ci, le régulateur trouvera le système dans un état plus adapté à la commutation. De cette façon il sera plus facile de ramener la tension de sortie du système à sa valeur nominale. La stabilité du régulateur sur toute la période transitoire est prouvée, et dans le chapitre 7 des exemples pour différentes situations mettent en évidence son intérêt.

Le chapitre 8 conclut ce manuscrit, et des perspectives y sont également dressées.

1.4 Production Scientifique

Cette thèse a donné directement lieu aux publications suivantes :

- [Kvieska et al., 2008] : **Kvieska, P. N., Lebret, G et Aït-Ahmed, M.** - Gain Scheduled LPV Systems : Global Vision and Stability Results - *23rd IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis - IAR-ACD 09* - Coventry, Royaume-Uni, Novembre 2008
- [Kvieska et al., 2009a] : **Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M. et Lebret, G** - LPV Systems : Theoretical Results for Gain Scheduling - *European Control Conference 2009 - ECC 09* - Budapest, Hongrie - Août 2009
- [Kvieska et al., 2009c] : **Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M., Lebret, G, et Yao, G** - Output Voltage Control of Marine On-board Electrical Network - *European Control Conference 2009 - ECC 09* - Budapest, Hongrie - Août 2009
- [Kvieska et al., 2009b] : **Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M., Lebret, G, et Yao, G.** - Modeling and Simulation of Marine On-board Electrical Network - *13th European Conference on Power Electronics and Applications - EPE 09* - Barcelone, Espagne - Septembre 2009
- [Kvieska et al., 2010] - **Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M. et Lebret, G.** - An Anticipative Control Application for Marine On-Board Electrical Network - *15th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference - MELECON 10* - Valletta, Malte- Avril 2010

Un rapport technique a été produit à l’Institut de Recherche en Communications en Cybernétique de Nantes :

- [Kvieska, 2007] : **Kvieska, P. N.** - Gain Scheduling : Vision Générale et Résultats de Stabilité - IRCCyN - Nantes, France - Novembre 2007

J'ai également participé à la Journée des Doctorants en 2009 (JDOC 09), animée par l'Ecole Doctorale STIM, avec la publication :

- [Kvieska, 2009] : **Kvieska, P. N.** - Commande Anticipative à Gains Programmés : Application aux réseaux électriques embarqués - *Journée des Doctorants de l'ED STIM 2009* - JDOC 09 - Nantes, France - Mai 2009

Finalement, dans le cadre du projet MILES, j'ai collaboré avec M. Gang YAO, lors de son stage post-doctoral à l'IRCCyN. Les publications suivantes sont le fruit de cette collaboration :

- [Yao et al., 2009b] : **Yao, G, Lebre, G, Aït-Ahmed, M, Kvieska, P. N. et Tang, T.** - An Onboard Electrical Network Platform - Modeling and Simulation - *American Control Conference 2009* - ACC09 - St. Louis, Missouri, USA - Juin 2009
- [Yao et al., 2009a] : **Yao, G, Lebre, G, Aït-Ahmed, M, Kvieska, P. N. et Tang, T.** - A Neural Network Based Alternator Power Angle Estimation Method For Marine Electrical Network Control - *13th European Conference on Power Electronics and Applications* - EPE 09 - Barcelone, Espagne - Septembre 2009

Première partie

L'analyse des Réseaux Électriques

Chapitre 2

Modélisation LPV : Résultats Théoriques

Les modèles électriques utilisés au long de ce manuscrit s'écrivent naturellement sous la forme d'un modèle Linéaire à Paramètres Variants (LPV), qui varie en fonction de la charge électrique. Ce chapitre aborde donc ces systèmes : un tour d'horizon des résultats liés aux systèmes LPV est présenté.

La modélisation LPV est en effet un très puissant outil pour le traitement de problèmes de commande non-linéaires avec des techniques linéaires. En plus de cela, les modèles LPV aboutissent, souvent, à des problèmes d'optimisation convexe sous contrainte LMI, très intéressants du point de vue de la résolution numérique. Des résultats de stabilité liés à la théorie de Lyapunov seront présentés : ils seront utiles au chapitre 6, où une stratégie de commande est proposée.

Sommaire

2.1	Modèle Linéaire à Paramètres Variants	11
2.2	Analyse de Stabilité des Systèmes LPV : Théorie de Lyapunov .	16
2.3	Analyse de Performance des Systèmes LPV	21
2.4	Considérations Finales	22

2.1 Modèle Linéaire à Paramètres Variants

Un modèle Linéaire à Paramètres Variants, ou LPV, est le point de départ de plusieurs méthodes structurées de synthèse de lois de commande. D'un point de vue commande, étant donné un système LPV, le but est de construire un régulateur qui utilise non seulement la sortie mesurée, mais aussi un paramètre supplémentaire. Ce paramètre représente les valeurs mesurées en temps réel de variables externes, ou même des états. C'est la *Scheduling Variable*. De cette façon le système peut être mieux stabilisé et peut également présenter de meilleures performances.

En plus, des nombreux résultats de la théorie des systèmes linéaires peuvent être généralisés pour les systèmes LPV. Une des plus importantes contributions d'extension de résultats des systèmes LTI pour les LPV a été proposée par Carsten Scherer en 1996 [Scherer, 1996]. Dans la littérature des très nombreuses références existent dans ce sens, un certain nombre présenté par la suite de ce chapitre.

Cette modélisation est intéressante parce qu'elle est très complète. Elle peut représenter plusieurs familles de systèmes :

- Des systèmes qui évoluent au cours du temps : c'est une classe plus générale que celle des systèmes Linéaires à Temps Variant (LTV).
- Des systèmes non-linéaires comme une famille de modèles linéaires : ce sont les modèles *quasi-LPV* où des non-linéarités sont écrites comme des paramètres.
- Des familles de systèmes linéaires qui évoluent en fonction de paramètres extérieurs : pression de l'air, température, caractéristiques d'un réseau électrique, etc.
- ...

Les systèmes utilisés dans ce manuscrit, décrits dans le chapitre 3, s'écrivent naturellement sous la troisième forme. Comme l'on verra, en fonction de la charge électrique qui est connectée à un générateur, le modèle du système changera.

Un système LPV standard a la structure suivante [Scherer and Weiland, 2005] :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ z_p \\ y \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|cc} A(\delta(t)) & B_p(\delta(t)) & B(\delta(t)) \\ \hline C_p(\delta(t)) & D_p(\delta(t)) & E(\delta(t)) \\ C(\delta(t)) & F(\delta(t)) & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x \\ w_p \\ u \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Les signaux ont la définition usuelle : u est l'entrée de commande, y la sortie mesurée et $w_p \rightarrow z_p$ est une chaîne de performance entre les signaux de perturbation w_p et l'erreur z_p . Pour chaque valeur figée de $\delta(t)$ le système est linéaire, même si l'évolution des paramètres ne l'est pas forcément. D'où l'intérêt de ce modèle, et d'où le nom : Linéaire à Paramètres Variants.

L'idée de ce modèle est que le paramètre $\delta(t)$ n'est pas connu *a priori*, mais qu'il peut être obtenu en temps réel. Soit par une mesure, soit par une estimation. Il peut aussi être une fonction de l'état du système dans le cas des *quasi-LPV* [Casella and Lovera, 2008]. Le modèle présenté dans l'équation (2.1) est suffisant pour l'étude menée dans ce manuscrit. Néanmoins, une approche très formelle pour la présentation des systèmes LPV se trouve dans [Toth et al., 2009].

2.1.1 Obtention d'un Modèle LPV

Comme décrit dans le paragraphe précédent, un modèle LPV est le point de départ de plusieurs techniques de synthèse de commande. La pertinence de ce modèle est donc primordiale pour que des preuves de stabilité et de performance puissent être représentatives du système réel. Pour certains systèmes (comme par exemple ceux traités au chapitre 3) l'écriture peut être naturelle après la construction du modèle, en fonction des paramètres. Dans ce cas il n'y a donc pas d'approximation pour la phase d'obtention du modèle LPV. Dans le cas des systèmes *quasi-LPV*, la représentation peut être exacte aussi, si la structure du modèle n'est pas changée.

Cependant, l'identification d'un système dynamique comme un modèle LPV n'est pas directe. Les trajectoires possibles des paramètres doivent être prises en compte, et si tel n'est pas le cas, le modèle n'est pas représentatif du système réel. Une synthèse récente à ce propos est présentée dans [Casella and Lovera, 2008]. Basés sur cet article, on peut diviser les méthodes d'obtention des systèmes LPV en “analytiques” et “expérimentales”, discutées par la suite.

2.1.1.1 Méthodes Analytiques

Pour les méthodes analytiques, le modèle LPV est écrit à partir des équations non-linéaires du système. On suppose donc que l'on connaît :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.2)$$

$$y = g(x, u) \quad (2.3)$$

pour lequel la famille d'équilibre (\bar{x}, \bar{u}) est connue et peut être paramétrée.

Différentes méthodes peuvent être utilisées [Casella and Lovera, 2008] :

- Linéarisation Jacobienne

La linéarisation jacobienne est l'approche la plus simple et la plus classique pour l'obtention des modèles LPV. C'est une approche qui peut être utilisée pour n'importe quel système non-linéaire qui présente une famille de points d'équilibre. L'idée est d'obtenir le modèle global à partir de cette famille d'équilibre, qui est représentative des différents points de fonctionnement. Finalement, une méthode d'interpolation qui préserve les caractéristiques du système complète la modélisation.

- Transformations d'États

Cette approche consiste à réécrire les équations d'état du système pour éliminer toute non-linéarité qui n'est pas liée au vecteurs des paramètres $\delta(t)$. Cette écriture aboutira le plus souvent aux modèles *quasi-LPV*, où le vecteur $\delta(t)$ dépend des états du système.

- Substitution de Fonctions

Une autre approche qui peut être utilisée est celle de la substitution de fonctions. Une “fonction de décomposition” est définie à partir des non-linéarités du système. Un modèle

quasi-LPV peut être obtenu comme étant la solution de plusieurs problèmes d'optimisation. Des détails sont présentés dans [Casella and Lovera, 2008].

Également pour les méthodes analytiques, l'article [Bruzeliuss et al., 2004] propose des stratégies pour que le modèle LPV obtenu soit le plus proche possible du modèle non-linéaire d'origine. Ces méthodes sont brièvement discutées par la suite.

– L'approche de la Déviation - *Deviation Approach*

Le modèle LPV décrit un système global non-linéaire. Logiquement, toute trajectoire du système réel sera aussi une trajectoire du système LPV. Cependant le contraire n'est pas forcément vrai : le système LPV décrit en général des comportements *plus larges* que ceux du système réel. Considérons un point de l'espace d'état \mathbb{R}^n , comme montré à la figure 2.1, extraite de [Bruzeliuss et al., 2004].

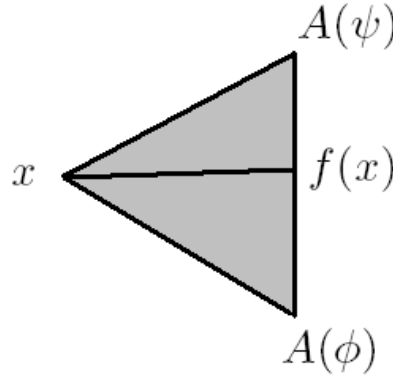


FIGURE 2.1 – Variation du modèle LPV $A(\delta)x$

La description LPV représente une infinité de vecteurs (région foncée) avec le vecteur $f(x)$ comme une possibilité. La pire déviation peut donc être vue comme une mesure de la qualité de la modélisation LPV. Plus cette déviation est petite, plus le modèle LPV est proche du système non-linéaire de base. Cette déviation peut donc être exprimée comme la plage la plus grande possible couverte par les vecteurs définis par le modèle LPV :

$$\max_{\psi, \phi \in \Omega} \|A(\psi)x - A(\phi)x\| \quad (2.4)$$

où $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne [Cellier, 2008] et Ω le domaine de variation des paramètres $\delta(t)$. L'idée de la méthode est de minimiser cette norme, ce qui implique que le modèle LPV se rapproche du système non-linéaire original.

– L'approche de la Sensibilité - *Sensitivity Approach*

La deuxième approche proposée dans [Bruzeliuss et al., 2004] est de minimiser l'influence de la variation des paramètres de $\delta(t)$ dans le comportement du système. On cherche donc à minimiser :

$$\frac{\partial A(\delta)}{\partial \delta_i} x \quad (2.5)$$

Cela revient à réduire la sensibilité du modèle aux variations des paramètres. Il est même intuitif de penser qu'un modèle moins sensible à la variation des paramètres présentera des meilleures marges de stabilité face à leurs variations.

Tous les systèmes LPV considérés dans ce manuscrit sont continus. Néanmoins, des systèmes discrets peuvent également être décrits. Des résultats théoriques pour la synthèse de ces modèles sont donnés dans l'article [Wingerden and Verhaegen, 2008].

2.1.1.2 Méthodes Expérimentales

Les algorithmes d'identification LPV expérimentaux peuvent être divisés en deux catégories [Casella and Lovera, 2008].

La première est celle des approches globales, où des données d'entrée/sortie sont collectées lors d'une seule manipulation où le paramètre $\delta(t)$ varie. Cela amène à une représentation LPV globale. Ces méthodes peuvent être compliquées, et présentent l'inconvénient du choix adéquat du paramètre $\delta(t)$.

La deuxième catégorie est celle des méthodes locales. Contrairement aux globales, ces méthodes sont basées sur plusieurs manipulations. Chacune de ces manipulations est faite pour une valeur constante du paramètre $\delta(t)$, et le résultat est un ensemble de plusieurs systèmes LTI. L'approche locale de synthèse LPV expérimentale peut être ainsi résumée [Casella and Lovera, 2008] :

- Plusieurs modèles linéaires sont obtenus pour différentes valeurs du paramètre $\delta(t)$.
- Les modèles obtenus sont équilibrés.
- Le modèle global en fonction de $\delta(t)$ est obtenu par une interpolation directe des matrices de l'espace d'état des modèles locaux. Cela est possible grâce aux propriétés des réalisations équilibrées.

Alors que les méthodes globales présentent une meilleure fiabilité, elles sont considérablement plus complexes. Les méthodes locales ont l'avantage d'être simples à mettre en oeuvre, et d'avoir un cahier des charges très intuitif. Un exemple d'application pour un pendule inversé se trouve dans [Boonto and Werner, 2008], et une méthodologie intéressante pour des applications industrielles est présentée dans [Zhu and Xu, 2008].

2.1.2 La Formulation de Problèmes de Commande comme un problème d'Optimisation sous Contraintes LMI

Un avantage indéniable des modèles LPV est celui de pouvoir formuler des problèmes de commande non-linéaires comme des problèmes d'optimisation LMI. Les Inégalités Matricielles Linéaires (*Linear Matrix Inequalities - LMI*) représentent un domaine de plus en plus croissant de recherche, avec des résultats publiés très intéressants. Originellement définies dans le domaine de la commande, elles ont permis le développement du champ de la recherche en optimisation dans le domaine connu sous le nom de *programmation semidéfinie positive*. Dans l'autre sens l'amélioration des outils numériques ainsi que des théories de résolution de ce problème d'optimisation ont permis le traitement de nombreux problèmes dans le domaine de la commande [Arzelier, 2004].

Dans ce paragraphe un très rapide rappel du domaine de l'optimisation convexe et de la formulation LMI est présenté. Pour une définition précise des concepts présents dans l'optimi-

sation convexe, l'ouvrage de Boyd [Boyd and Vandenberghe, 2004] est un des plus complets trouvés dans la littérature. Plus particulièrement pour notre domaine, le traitement des LMI dans la commande est abordé dans l'ouvrage [Boyd et al., 1994]. Un travail récent et très complet se trouve dans [Scherer and Weiland, 2005]. Le travail [Scorletti, 1997] traite aussi explicitement le problème de reformulation des problèmes de commande sous la forme LMI, thème aujourd'hui très courant.

2.1.2.1 Optimisation Convexe

Un problème de commande écrit sous la forme LMI est un problème d'optimisation convexe. Formuler un problème sous cette forme présente plusieurs avantages, les principaux étant :

- Absence de minima (maxima) locaux : dans l'optimisation convexe tous les minima (maxima) locaux sont aussi globaux. C'est la raison principale du "succès" que connaît cette optimisation.
- Les bornes supérieures d'une fonction convexe peuvent être vérifiées dans un sous-ensemble de son domaine.
- Il est possible dans des cas bien définis de traiter un problème dual plutôt que le problème primal. Ce problème dual peut avoir l'intérêt d'être plus simple et, après avoir posé quelques hypothèses nécessaires, solvable.

Une *Linear Matrix Inequality*, ou LMI, est une expression de la forme :

$$F(x) := F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_n F_n \prec 0 \quad (2.6)$$

où $F_i \in \mathbb{S}$, avec \mathbb{S} l'ensemble des matrices symétriques, et le vecteur x est le vecteur des *variables de décision*.

Il existe deux types de problèmes liés aux LMI [Scherer and Weiland, 2005] :

- Faisabilité : le but est de savoir s'il existe un x tel que $F(x) \prec 0$.
- Optimisation : étant donnée une fonction objective $f(x)$ le but est de minimiser (ou maximiser) cette fonction en respectant les contraintes $F(x) \prec 0$. D'une façon plus rigoureuse :

Soit $f : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ où $\mathcal{S} = \{x \mid F(x) \prec 0\}$ le problème de déterminer

$$V_{opt} = \inf_{x \in \mathcal{S}} f(x) \quad (2.7)$$

est un problème d'optimisation sous *contraintes LMI*.

La contrainte du problème $F(x) \prec 0$ est convexe. Ce type de solution est très intéressant parce que dans le domaine de la commande plusieurs problèmes peuvent être formulés (ou reformulés) sous la forme de LMIs. Les résultats présentés dans ce chapitre pour la stabilité des systèmes LPV seront sous cette forme.

2.2 Analyse de Stabilité des Systèmes LPV : Théorie de Lyapunov

Dans cette section la stabilité des systèmes LPV est discutée. Comme les principaux résultats de stabilité trouvés dans la littérature pour ces systèmes sont formulés grâce à la théorie de Lyapunov, cette section se concentrera sur ces résultats. D'autres résultats sont présentés dans l'annexe A. Les références des résultats de stabilité sont nombreuses : le travail de Scherer et Weiland [Scherer and Weiland, 2005] est très complet dans ce sens. Une référence de la stabilité selon Lyapunov est le livre de L. Praly [Praly, 2002].

Comme motivation pour l'étude de l'analyse globale de la stabilité des systèmes LPV, un exemple est présenté. Cet exemple montre que les techniques LTI locales, même si bien guidées par l'intuition, ne sont pas toujours adaptées au problème.

Exemple 2.2.1. Stabilité des Systèmes Locaux \times Stabilité Globale

Pour un système LPV, le fait que les systèmes locaux soient stables n'implique pas la stabilité du système global, ce qui n'est pas intuitif. L'exemple ci-dessous illustre cette situation [Rugh and Shamma, 2000]. Soit le système de la figure 2.2 :

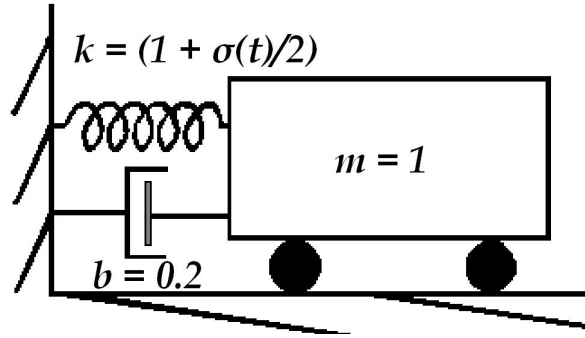


FIGURE 2.2 – Système Masse-Ressort avec une raideur qui varie au cours du temps

Les dynamiques sont décrites simplement par la matrice :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -(1 + \sigma(t)/2) & -0.2 \end{pmatrix} x \quad (2.8)$$

Pour tout $\sigma(t)$ tel que $-1 \leq \sigma(t) \leq 1$ les valeurs propres sont toutes dans le demi-plan gauche, ce qui implique la stabilité de tous les systèmes locaux. Cependant, si $\sigma(t) = \cos 2t$ des simulations montrent que la dynamique est instable pour des conditions initiales non nulles. Une explication physique intuitive de cette instabilité est la suivante : la raideur du ressort augmente lorsqu'il se contracte et diminue lorsqu'il se relâche. De cette façon les oscillations vont toujours augmenter. La figure (2.3) montre ces oscillations.

Les résultats de stabilité pour les systèmes LPV selon Lyapunov seront présentés graduellement. Soit un système non-linéaire :

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (2.9)$$

avec l'espace d'état \mathcal{X} et avec $f : \mathcal{X} \times T \rightarrow \mathcal{X}$.

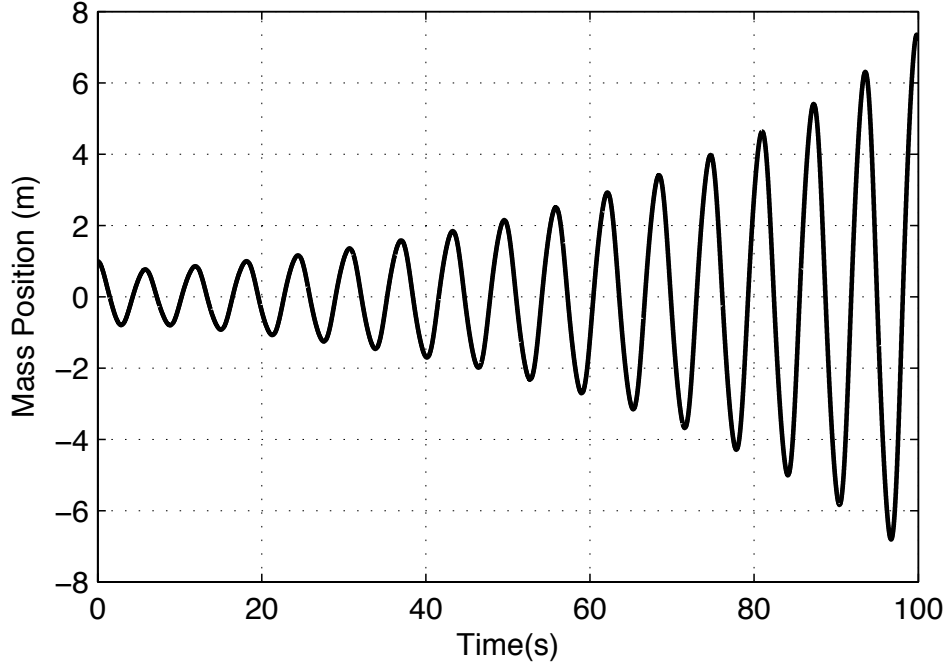


FIGURE 2.3 – Position de la masse en fonction du temps pour $\sigma(t) = \cos(2t)$ et condition initiale non nulle

L'élément x^* est un *point fixe* ou un *point d'équilibre* du système non-linéaire (2.9) si $f(x^*, t) = 0$ pour tout $t \in T$. La définition de la stabilité au sens de Lyapunov est la suivante [Scherer and Weiland, 2005] :

Définition 2.2.1. (Stabilité selon Lyapunov) Soit $\phi: T \times T \times \mathcal{X}$ un flux qui définit un système autonome, dans le sens où l'évolution de ce flux est complètement déterminée par son état initial et non pas par des entrées. Un exemple typique de flux est la solution de l'équation différentielle 2.9. On suppose ici que $T = \mathbb{R}$ et \mathcal{X} est un espace vectoriel normé. Le point fixe x^* est dit :

- (a) Stable (selon Lyapunov) si étant donné $\varepsilon > 0$ et $t_0 \in T$ il existe $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ (qui ne dépend pas de t) tel que :

$$\|x_0 - x^*\| \leq \delta \implies \|\phi(t, t_0, x_0) - x^*\| \leq \varepsilon$$

pour tout $t \geq t_0$

- (b) Attractif si pour tout $t_0 \in T$ il existe $\delta = \delta(t_0) > 0$ avec la propriété :

$$\|x_0 - x^*\| \leq \delta \implies \lim_{t \rightarrow +\infty} \|\phi(t, t_0, x_0) - x^*\| = 0$$

- (c) Stable exponentiellement si pour tout $t_0 \in T$ il existe $\delta = \delta(t_0), \alpha = \alpha(t_0) > 0$ et $\beta = \beta(t_0) > 0$ tels que :

$$\|x_0 - x^*\| \leq \delta \implies \|\phi(t, t_0, x_0) - x^*\| \leq \beta \|x_0 - x^*\| e^{-\alpha(t-t_0)}$$

pour tout $t \geq t_0$

- (d) Stable Asymptotiquement (selon Lyapunov) *s'il est stable (selon Lyapunov) et attractif.*
- (e) Instable *s'il n'est pas stable (selon Lyapunov).*
- (f) Uniformément Stable (selon Lyapunov) *si étant donné un $\varepsilon > 0$ existe $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ (qui ne dépend pas de t_0) tel que (a) soit vrai pour tout $t_0 \in T$.*
- (g) Uniformément Attractif *s'il existe $\delta > 0$ (qui ne dépend pas de t_0) tel que (b) soit vrai pour tout $t_0 \in T$.*
- (h) Uniformément Exponentiellement Stable *s'il existe $\delta > 0$ (qui ne dépend pas de t_0) tel que (c) soit vrai pour tout $t_0 \in T$.*
- (i) Uniformément Asymptotiquement Stable (selon Lyapunov) *s'il est uniformément stable (selon Lyapunov) et uniformément attractif.*

Une traduction simple de la notion de stabilité selon Lyapunov pourrait être celle-ci : un système est stable selon Lyapunov si partant d'un point initial assez proche d'un point d'équilibre (ou point fixe), il restera toujours à une distance finie donnée de ce point (il ne partira pas vers l'infini). Cette définition est assez générale, et on voit que la stabilité la plus "forte" est la stabilité exponentielle. Un travail très complet à propos des différentes définitions de la stabilité est le document de E. Moulay [Moulay, 2006].

Avant d'arriver au théorème de Lyapunov, on formalise les nomenclatures utilisées par la suite [Moulay, 2006] :

Définition 2.2.2. Une fonction continue $v : I \times U \rightarrow \mathbb{R}$ (U est un ouvert non vide de \mathbb{R}^n contenant 0 et I un intervalle non vide de \mathbb{R} , non borné à droite) est dite **semi-définie positive** (respectivement **négative**) s'il existe un voisinage \mathcal{V} de 0 tel que :

1. $\forall t \in I, v(t, 0) = 0$
2. $\forall t \in I, \forall y \in \mathcal{V}, v(t, y) \geq 0$ (respectivement $v(t, y) \leq 0$)

Elle est dite **définie positive** (respectivement **négative**) s'il existe un voisinage \mathcal{V}_{t_0} de $t_0 \in I$ et une fonction continue strictement croissante $\varphi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ telle que $\varphi(0) = 0$ telles que :

1. $\forall t \in I, v(t, 0) = 0$
2. $\forall (t, y) \in \mathcal{V}_{t_0}, v(t, y) \geq \varphi(\|y\|)$ (respectivement $v(t, y) \leq -\varphi(\|y\|)$)

Avec ces définitions, le théorème de Lyapunov [Scherer and Weiland, 2005] peut être enfin énoncé :

Théorème 2.2.1. Théorème de Lyapunov Soit l'équation différentielle : $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$ et soit $x^* \in \mathcal{X}$ un point d'équilibre qui appartient à l'intérieur d'un ensemble S .

- (a) S'il existe une fonction définie positive et différentiable de façon continue $V : S \times T \rightarrow \mathbb{R}$ avec $V(x^*, t) = 0$ et \dot{V} semi-définie négative, alors x^* est stable. Si, en plus, V est décroissante, alors x^* est Uniformément Stable.
- (b) S'il existe une fonction définie positive décroissante et différentiable de façon continue $V : S \times T \rightarrow \mathbb{R}$ avec $V(x^*, t) = 0$ et \dot{V} définie négative, alors x^* est Uniformément Asymptotiquement Stable.

A partir de ce théorème différents systèmes dynamiques peuvent être analysés. Les résultats seront présentés graduellement, à partir des systèmes LTI.

2.2.1 Systèmes LTI

Les résultats de la théorie de Lyapunov pour les systèmes LTI sont très bien connus. Pour les systèmes LTI, on peut les énoncer au travers du théorème suivant :

Théorème 2.2.2. *Stabilité selon Lyapunov des Systèmes LTI*

Un système LTI est stable selon Lyapunov si et seulement s'il existe une matrice symétrique définie positive P telle que, pour le système classique $\dot{x} = Ax$:

$$A^T P + P A \prec 0 \quad (2.10)$$

et la fonction

$$V(x) = x^T P x \quad (2.11)$$

est une fonction de Lyapunov. Cette condition est nécessaire et suffisante.

Dans le paragraphe suivant ces résultats sont généralisés pour les systèmes LPV.

2.2.2 Systèmes LPV - Fonction à Paramètre Fixe

Un théorème très similaire à celui qui vient d'être énoncé pour les systèmes LTI peut être présenté pour les systèmes LPV. C'est une extension naturelle de ce dernier, et il s'applique également à des systèmes incertains [Scherer and Weiland, 2005] :

Théorème 2.2.3. *Stabilité selon Lyapunov des Systèmes LPV*

Un système LPV ou incertain est stable selon Lyapunov s'il existe une matrice symétrique définie positive P telle que, pour le système décrit par l'équation (2.1) :

$$A(\delta(t))^T P + P A(\delta(t)) \prec 0 \quad (2.12)$$

avec la fonction $V(x) = x^T P x$ comme définie précédemment.

On doit remarquer que maintenant cette condition n'est que suffisante. Cela est dû au fait que maintenant ce n'est plus un système LTI nominal qui est pris en considération, mais un système LPV (ou incertain) qui peut varier dans le temps. Comme on verra par la suite, une borne sur la dérivée du paramètre peut être utile pour diminuer le conservatisme de l'analyse.

2.2.3 Systèmes LPV - Fonction Dépendante de Paramètre

Le fait de ne pas trouver une fonction constante pour assurer la stabilité ne veut pas dire que le système soit instable, la condition n'étant que suffisante. Cette condition est, pour certains systèmes, très conservatrice : si on arrive à vérifier la condition (2.12) donnée auparavant, on assure la stabilité d'une classe de systèmes très large. Et ce conservatisme peut être responsable de l'impossibilité de trouver une matrice P pour la satisfaire.

La dérivée du paramètre n'a pas été prise en compte. Cela peut être nécessaire dans certains cas, mais dans d'autres, on connaît une borne supérieure pour cette dérivée. Il y a des systèmes physiques pour lesquels les paramètres ne peuvent pas avoir de grandes variations (par exemple la vitesse d'un navire) et pour lesquels une condition sur cette valeur n'est pas gênante.

Une approche moins conservatrice est alors ce qu'on appelle une *Fonction de Lyapunov Dépendante de Paramètre*. Un des premiers travaux dans ce sens pour les systèmes LPV est la thèse de Wu [Wu, 1995].

La condition de Lyapunov dévient :

$$A(\delta(t))^T P(\delta(t)) + P(\delta(t)) A(\delta(t)) + \frac{dP}{dt} \prec 0 \quad (2.13)$$

qui est équivalente à :

$$A(\delta(t))^T P(\delta(t)) + P(\delta(t)) A(\delta(t)) + \delta \frac{dP}{d\delta} \prec 0 \quad (2.14)$$

Cette condition est encore une fois suffisante. Ce résultat est le plus important concernant la stabilité pour les systèmes LPV et peut être établi de façon rigoureuse avec le théorème suivant [Scherer and Weiland, 2005] :

Théorème 2.2.4. *Supposons que la fonction $P : \Delta \rightarrow \mathbb{S}$ est continûment différentiable dans un ensemble compact Δ et satisfait :*

$$P(\delta) \succ 0 \quad \forall \delta \in \Delta \quad (2.15)$$

$$\partial_\delta P(\delta) \lambda + A(\delta)^T P(\delta) + P(\delta) A(\delta) \prec 0 \quad \forall \delta \in \Delta \text{ et } \lambda \in \Lambda \quad (2.16)$$

Alors l'origine du système $\dot{x} = A(\delta(t))x(t)$ est exponentiellement stable pour une variation de $\delta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$ qui satisfait, pour les sous ensembles Δ et Λ de \mathbb{R} :

$$\delta(t) \in \Delta \text{ et } \lambda \in \Lambda \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad (2.17)$$

Dans ce cas la fonction $V(x, \delta) := x^T P(\delta) x$ est une Fonction de Lyapunov Quadratique Dépendante de Paramètre pour le système.

Dans ce théorème, $\partial_\delta P(\delta)$ est la dérivée partielle de la matrice P par rapport à δ , et λ est la valeur maximale de la dérivée du paramètre $\delta(t)$: on peut donc “tester” jusqu’à quelle valeur de variation le système est stable. Un inconvénient de ce théorème est que, comme les domaines sont continus, il y a une infinité de LMI à traiter. Cela est évidemment impossible, et deux solutions sont donc envisageables.

La première consiste à faire une hypothèse à propos de la structure du système (domaines polytopiques, structure LFT, ...). L’hypothèse la plus classique est celle des domaines polytopiques, qui sont des ensembles convexes. Dans certaines applications les domaines sont déjà naturellement convexes, et dans d’autres cette hypothèse est peu conservatrice. L’article [Chereau et al., 2005] aborde cette problématique pour une application navale. Dans ce cas, la variable $\delta(t)$ dépend de la vitesse du navire et de l’angle entre ce dernier et le courant. Ces deux variables forment un rectangle, qui est un domaine polytopique, et donc convexe.

Si ce type d’hypothèse n’est pas possible (le système réel n’y serait plus correctement représenté), la deuxième solution est de faire un maillage des domaines Δ et Λ . Ce résultat sera de plus en plus fiable lorsqu’on augmente la finesse de la maille. Cependant, même si ces résultats sont des indicateurs importants de la stabilité du système, cela n’est pas une preuve analytique.

Dans un cadre un peu différent des travaux présentés dans ce manuscrit, la thèse de Dimitri Peaucelle [Peaucelle, 2000] est aussi une excellente référence en ce qui concerne les

fonctions de Lyapunov Dépendantes de Paramètres. C'est une approche ciblée sur la commande robuste plutôt que sur les commandes à Gains Programmés, et donc un peu différente de celles présentées ici.

Une approche intéressante pour l'analyse et l'obtention des systèmes LPV à dépendance polynomiale se trouve dans [Wu and Prajna, 2004] et [Wu and Prajna, 2005]. Cette approche est basée sur la décomposition *SOS* (Sum of Squares). Un polynôme $f(x)$ est *SOS* s'il existe des polynômes $f_1(x), \dots, f_n(x)$ tels que $f(x) = \sum_{i=1}^n f_i^2(x)$. Cela implique directement que $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathcal{R}^n$. La décomposition *SOS* donne une condition suffisante pour la non négativité du polynôme multivariable, et est équivalente à l'existence d'une matrice semi-définie positive Q et un vecteur bien choisi de monômes $Z(x)$ tel que $f(x) = Z'(x)QZ(x)$. Cette décomposition peut donc aider à donner une méthodologie cohérente de synthèse d'une fonction de Lyapunov pour des systèmes non-linéaires.

2.3 Analyse de Performance des Systèmes LPV

Dans cette courte section, des résultats théoriques pour l'analyse de performance sont présentés. Ces résultats ont une moins grande importance que ceux de stabilité : pour la performance, des simulations sont des "preuves" beaucoup plus acceptables, notamment si l'on connaît *a priori* la plage d'opération d'un système.

Les résultats de performance basés sur des normes trouvent des extensions pour les systèmes LPV. Ces extensions, des résultats classiques, peuvent être trouvées par exemple dans [Biannic, 1996] ou [Rugh and Shamma, 2000]. Le problème de la performance pour les systèmes LPV est également abordé dans [Bett and Lemmon, 1999], qui a une approche centrée sur les *Switched Systems*.

Des résultats intéressants sont présentés dans [Mehendale and Grigoriadis, 2006], spécifiques aux systèmes LPV. Ces résultats sont brièvement exposés dans le paragraphe suivant.

2.3.1 Performance Mesurée par des Normes

Le problème de synthèse d'un régulateur LPV résulte de l'obtention d'une boucle fermée qui doit être stable. Mais cette boucle doit également respecter une borne supérieure γ pour le gain $\mathcal{L}_q \rightarrow \mathcal{L}_p$ entre les signaux de perturbation w_p et l'erreur z_p décrits par le modèle (2.1) [Mehendale and Grigoriadis, 2006] :

$$\sup_{\delta \in \text{admissible}} \sup_{w \in \mathcal{L}_\Pi} \frac{\|z_p\|_p}{\|w_p\|_q} < \gamma \quad (2.18)$$

pour toute évolution admissible $\delta(\cdot)$ et des conditions initiales nulles.

Pour la mesure basée sur une norme, γ est l'amplification maximale $\mathcal{L}_q \rightarrow \mathcal{L}_p$ de la boucle fermée pour toute évolution admissible. Pour $p = q = 2$, ainsi que pour $p = q = \infty$ les normes classiques sont obtenues. L'article [Mehendale and Grigoriadis, 2006] propose une analyse *a posteriori* de la performance du système à Gains Programmés. C'est une approche intéressante, avec laquelle la méthodologie employée dans ce manuscrit est cohérente.

2.3.2 Analyse de Stabilité et de Performance

Jusqu'ici on a présenté, pour les modèles LPV, les analyses de stabilité et de performance comme étant séparées. Il est vrai qu'il peut être plus simple de voir de cette manière la

problématique, et de faire par exemple une évaluation rigoureuse de la stabilité du modèle LPV et des analyses locales pour évaluer la performance.

Cependant, il est possible d'évaluer globalement la performance et la stabilité des modèles LPV. Un traitement intéressant est donné au problème de l'interpolation de régulateurs qui préservent encore la performance H_∞ dans [Yu et al., 2004].

Soit le système en boucle fermée LPV suivant, qui découle de (2.1) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\delta(t))x(t) + B(\delta(t))w(t) \\ z(t) = C(\delta(t))x(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

Une condition suffisante pour que cette boucle fermée soit stable et qu'elle présente une performance H_∞ égale à γ est donnée par la définition suivante [Yu et al., 2004] :

Définition 2.3.1. *Soit le système en boucle fermée (2.19), avec $\delta \in \Delta \subset \mathbb{R}^l$. S'il existe une fonction matricielle continue symétrique définie-positive $P(\delta)$ qui satisfait :*

$$A^T(\delta)P(\delta) + P(\delta)A(\delta) + \frac{d}{dt}P(\delta) + \gamma^{-2}C^T(\delta)C(\delta) + P(\delta)B(\delta)B^T(\delta)P(\delta) \prec 0 \quad (2.20)$$

alors le système en boucle fermée a une performance H_∞ égale à γ .

Cette définition présente une inégalité très “rassurante” : elle assure la stabilité du système et un niveau minimal de performance. Si cette condition est vérifiée, il est possible de simuler le système pour connaître sa performance pour des situations normales de fonctionnement. Et même si une situation imprévue se présente, la pire performance possible est bornée par γ .

2.4 Considérations Finales

Ce chapitre a présenté un tour d'horizon des résultats théoriques concernant les systèmes LPV. Comme l'on verra par la suite, le modèle du réseau électrique utilisé dans ce manuscrit peut s'écrire naturellement sous cette forme. Il est donc possible d'utiliser les résultats de cette section pour prouver leur stabilité.

Des résultats supplémentaires de stabilité pour les systèmes LPV sont présentés dans l'annexe A. Ces résultats peuvent être également utilisés pour les systèmes décrits ici, même si leur application n'est pas directe. Cela reste une perspective pour des futures recherches.

Le chapitre suivant introduit la problématique concrète de cette thèse, en décrivant le modèle du système dynamique utilisé.

Chapitre 3

Modèle Mathématique des Réseaux Électriques

Dans ce chapitre les modèles mathématiques utilisés pour décrire les réseaux électriques étudiés sont présentés. Ce sont des modèles très classiques trouvés dans la littérature. Néanmoins, comme discuté par la suite, le modèle utilisé dans cette thèse est plus raffiné que ceux utilisés classiquement pour la synthèse de la commande des réseaux électriques. Le système électrique global s'écrit sous la forme d'un modèle LPV. Comme les modèles ici présentés sont déjà bien connus, nous ne rentrerons pas dans les détails techniques qui amènent à leur obtention. De nombreuses références sont données pour de plus amples informations.

La simulation est un problème récurrent pour l'étude des réseaux électriques. Elles peuvent être lentes, et les modèles ne sont pas toujours adaptés à la simulation d'une commutation de charge. Aussi, il est intéressant d'avoir les expressions analytiques "préparées" pour la synthèse de lois de commandes.

Le réseau considéré est composé d'un alternateur qui génère de la puissance connecté à des charges triphasées. Classiquement les charges qui composent les systèmes sont simplifiées et ramenées à des circuits équivalents RL, basés sur les puissances active et réactive (voir par exemple dans [Abdeljalil et al., 2005]). Ce modèle sera le point de départ, et ensuite il évoluera avec l'ajout d'une composante capacitive.

La représentation complète du réseau englobe également une équation mécanique, qui modélise la variation de la fréquence de rotation ω de l'axe de l'alternateur. Cependant, comme les constantes de temps électriques et mécaniques sont très différentes (la constante de temps mécanique est beaucoup plus grande), les problèmes de commande de la tension et fréquence sont classiquement séparés. Pour la synthèse de lois de commande de la tension il est donc raisonnable de considérer que la fréquence est constante. Pour cette raison, le modèle mécanique ne sera pas décrit dans ce manuscrit.

Finalement, les simulateurs développés dans le cadre de la thèse sont brièvement exposés.

Sommaire

3.1	Générateur Électrique : L'Alternateur	25
3.2	Système Global : Alternateur Couplé à des Charges RL	26
3.3	Système Global : Alternateur Couplé à des Charges RLC	29
3.4	Simulateurs	32
3.5	Considérations Finales	36

3.1 Générateur Électrique : L'Alternateur

Le modèle utilisé dans cette thèse, ainsi que toutes les hypothèses posées pour son obtention, sont détaillés dans [Abdeljalil, 2006], qui base ses développements sur ceux décrits dans [Adkins and Harley, 1978]. Des discussions à propos des caractéristiques et de la physique des alternateurs peuvent être trouvées dans [Krause et al., 2002]. Les équations de l'alternateur dans le repère de Park [Lesenne et al., 1994] conduisent à un système du 5^{eme} ordre, décrit par les équations suivantes :

$$-V_d = R_s I_d + L_d \frac{dI_d}{dt} + M_{fd} \frac{dI_f}{dt} + M_{dD} \frac{dI_D}{dt} - \omega L_q I_q - \omega M_{qQ} I_Q \quad (3.1)$$

$$-V_q = R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + M_{qQ} \frac{dI_Q}{dt} + \omega L_d I_d + \omega M_{fd} I_f + \omega M_{dD} I_D \quad (3.2)$$

$$V_f = R_f I_f + L_f \frac{dI_f}{dt} + M_{fd} \frac{dI_d}{dt} + M_{fD} \frac{dI_D}{dt} \quad (3.3)$$

$$V_D = 0 = R_D I_D + L_D \frac{dI_D}{dt} + M_{dD} \frac{dI_d}{dt} + M_{fD} \frac{dI_f}{dt} \quad (3.4)$$

$$V_Q = 0 = R_Q I_Q + L_Q \frac{dI_Q}{dt} + M_{qQ} \frac{dI_q}{dt} \quad (3.5)$$

L'ensemble des amortisseurs est représenté par deux enroulements fermés en court-circuit sur eux-mêmes, raison pour laquelle l'égalité est nulle pour les équations (3.4) et (3.5). Le vecteur d'état est composé de :

I_d and I_q	Projections du courant statorique dans le repère dq
I_f	Courant d'excitation rotorique
I_D and I_Q	Projections des courants des amortisseurs dans le repère dq

V_d et V_q sont les projections de la tension de sortie de l'alternateur dans le repère dq . C'est la tension aux bornes des charges. Pour toutes les simulations numériques entreprises dans ce manuscrit, les paramètres de la machine électrique seront ceux définis dans [Abdeljalil, 2006]. Ces paramètres correspondent aux caractéristiques nominales suivantes :

- Puissance Nominale : 2.4 MW
- Fréquence Nominale : 50 Hz
- Tension de sortie Nominale : 880 V (entre deux lignes)
- Tension de Phase Nominale = $\frac{880}{\sqrt{3}} = 508V$
- Courant de sortie Nominal : 1875 A

$R_s = 3.56m\Omega$	Résistance statorique
$R_f = 0.155\Omega$	Résistance d'excitation
$L_d = 2.24mH$	Inductance selon l'axe d
$L_q = 1.23mH$	Inductance selon l'axe q
$L_f = 457.9mH$	Inductance d'excitation
$M_{fd} = 29.48mH$	Inductance mutuelle entre l'excitatrice et l'axe d
$M_{dD} = 1.9mH$	Inductance mutuelle entre les amortisseurs et l'axe d
$M_{qQ} = 0.97mH$	Inductance mutuelle entre les amortisseurs et l'axe q

$M_{fD} = 25.27mH$	Inductance mutuelle entre l'excitatrice et les amortisseurs
$L_D = 1.9mH$	Inductance des amortisseurs selon l'axe d
$L_Q = 0.97mH$	Inductance des amortisseurs selon l'axe q
$R_D = 31.78m\Omega$	Résistance des amortisseurs selon l'axe d
$R_Q = 46.19m\Omega$	Résistance des amortisseurs selon l'axe q

La tension d'excitation est représentée par le signal V_f . C'est l'entrée de commande de ce système. Dans la suite les deux systèmes globaux qui peuvent être construits à partir de ce modèle d'alternateur sont présentés. Dans le premier les charges sont considérées comme étant des circuits RL, dans le second comme des circuits RLC. Pour la suite de ce manuscrit, c'est le second modèle qui sera utilisé.

3.2 Système Global : Alternateur Couplé à des Charges RL

Dans ce manuscrit nous adoptons l'approche système des réseaux électriques. Comme décrit précédemment, un alternateur est couplé à des charges triphasées. Pour ce premier modèle, la figure 3.1 illustre cette topologie.

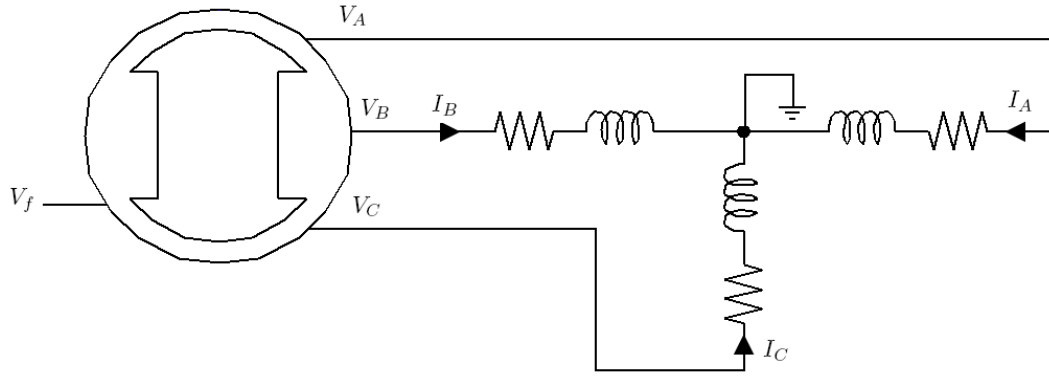


FIGURE 3.1 – L'alternateur couplé à des charges RL

Les grandeurs représentées sur la figure 3.1 sont dans le repère triphasé. Dans ce manuscrit les équations finales, dans le repère de Park sont décrites directement, la transformation étant très classique. Les tensions V_A , V_B et V_C sont représentées par V_d et V_q , et les courants I_A , I_B et I_C par I_d et I_q . Le système étant supposé équilibré, il n'y a pas la troisième composante, dite homopolaire, dans la transformation de Park.

Les charges peuvent être caractérisées par leurs puissances active et réactive, ce qui est une hypothèse très classique. Dans le repère dq , la charge RL peut être décrite par les équations :

$$V_d = R_{charge}I_d - \omega L_{charge}i_q + L_{charge}\frac{dI_d}{dt} \quad (3.6)$$

$$V_q = R_{charge}I_q + \omega L_{charge}i_d + L_{charge}\frac{dI_q}{dt} \quad (3.7)$$

Avec les équations (3.1) à (3.5), le système global peut être écrit comme un système

descripteur¹ du 5^{ème} ordre. Si l'on suppose, pour la synthèse de lois de commande, que les paramètres électriques et magnétiques sont constants dans les plages de fonctionnement, le système peut être écrit comme :

$$E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}) \dot{\mathbf{x}} = A_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}) \mathbf{x} + B_{sys} \mathbf{u} \quad (3.8)$$

où \mathbf{u} est la tension d'excitation V_f .

Comme la matrice E est non singulière pour les systèmes considérés, on peut réécrire l'équation (3.8) sous la forme LPV classique :

$$\dot{\mathbf{x}} = E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge})^{-1} A_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}) \mathbf{x} + E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge})^{-1} B_{sys} \mathbf{u} \quad (3.9)$$

La tension de sortie est composée par ses projections V_d et V_q dans le repère dq :

$$V_{sortie} = \sqrt{\frac{V_d^2 + V_q^2}{3}} \quad (3.10)$$

Donc, ce système a des dynamiques linéaires (liées à l'équation d'état) et une équation de sortie non-linéaire.

3.2.1 Limitations du Modèle

Le système global décrit comme un alternateur couplé à des charges RL s'est avéré insuffisant pour l'étude que nous voulions mener. En effet, pour le régime permanent ce modèle est exact : toute charge inductive (le cas des réseaux électriques embarqués) peut être écrite à partir de ses puissances active et réactive comme un circuit RL. Cependant, pour les commutations de charge étudiées dans ce manuscrit ce modèle n'est pas assez fin, comme décrit dans la suite.

3.2.1.1 Modes Dynamiques : Systèmes du Premier Ordre

Pour étudier les systèmes obtenus avec cette modélisation, un grand nombre de charges (environ 13.000) a été considéré. L'espace 2-D RL a été maillé, et les charges résultantes ont été calculées pour une fréquence nominale constante de $\omega = 314 \text{ rad/s}$.

Tous les systèmes globaux obtenus avec ces charges ont un mode dominant beaucoup plus lent que les autres. Même lors d'un changement de charge, les modes rapides sont très amortis. Ces systèmes peuvent donc, pour la synthèse de lois de commande, être considérés comme des systèmes du premier ordre. L'exemple suivant met en évidence ce comportement.

Exemple 3.2.1. Commutation de charges symétrique pour le système global avec charge RL

Dans cet exemple un système en boucle ouverte est considéré. Il est simulé avec une entrée de commande et fréquence constantes pendant 60 secondes. Les conditions initiales sont nulles. Deux commutations de charges symétriques, à $t = 20$ et $t = 40$ sont simulées, pour les charges :

- Pour $0 \leq t < 20$: 50% de la puissance active nominale, avec $FP^2 = 0.8$

1. Un système descripteur s'écrit sous la forme $E\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}$. Il est également appelé système généralisé implicite si $\det(E) \neq 0$.

2. Facteur de Puissance

- Pour $20 \leq t < 40$: 100% de la puissance active nominale, avec $FP = 0.8$
- For $40 \leq t < 60$: 50% de la puissance active nominale, avec $FP = 0.8$

Le résultat de cette simulation est montré à la figure 3.2.

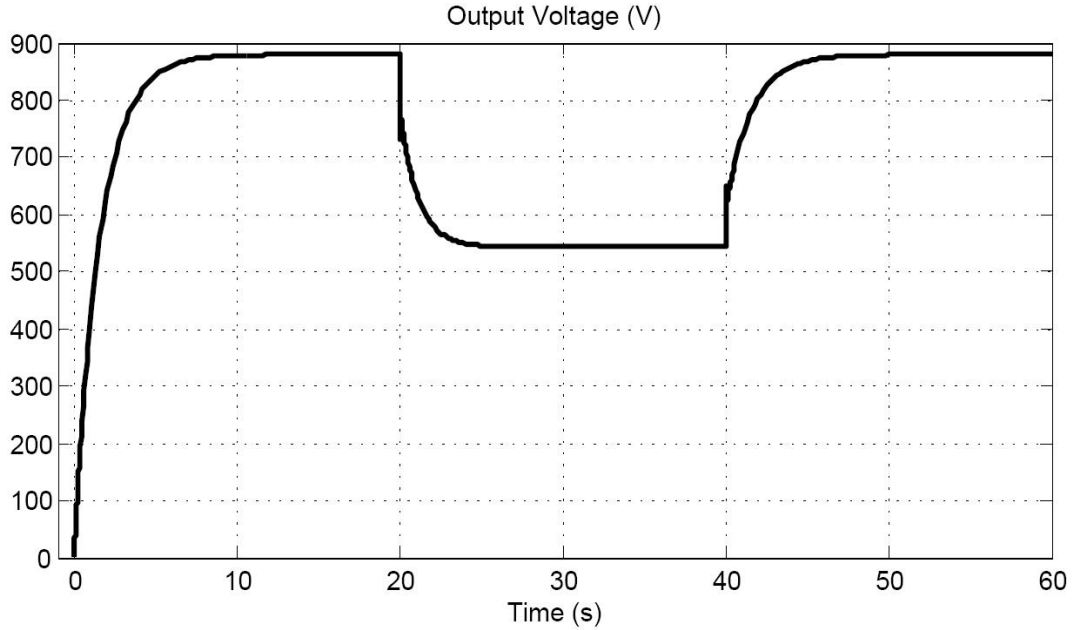


FIGURE 3.2 – Simulation du système RL pour une entrée constante

L'analyse de cette courbe montre qu'une dynamique beaucoup plus lente que les autres existe. Pour ces systèmes, des lois de commande très simples (comme des PI) peuvent être mises en place : la complexité du système ne justifie pas des outils plus performants. J'ai eu l'occasion de co-encadrer, pendant ma deuxième année de thèse, les travaux de Master de M. Eddy Boisrobert [Boisrobert, 2008]. Il s'est focalisé sur le modèle du réseau avec des charges RL, et dans son mémoire on arrive à cette conclusion.

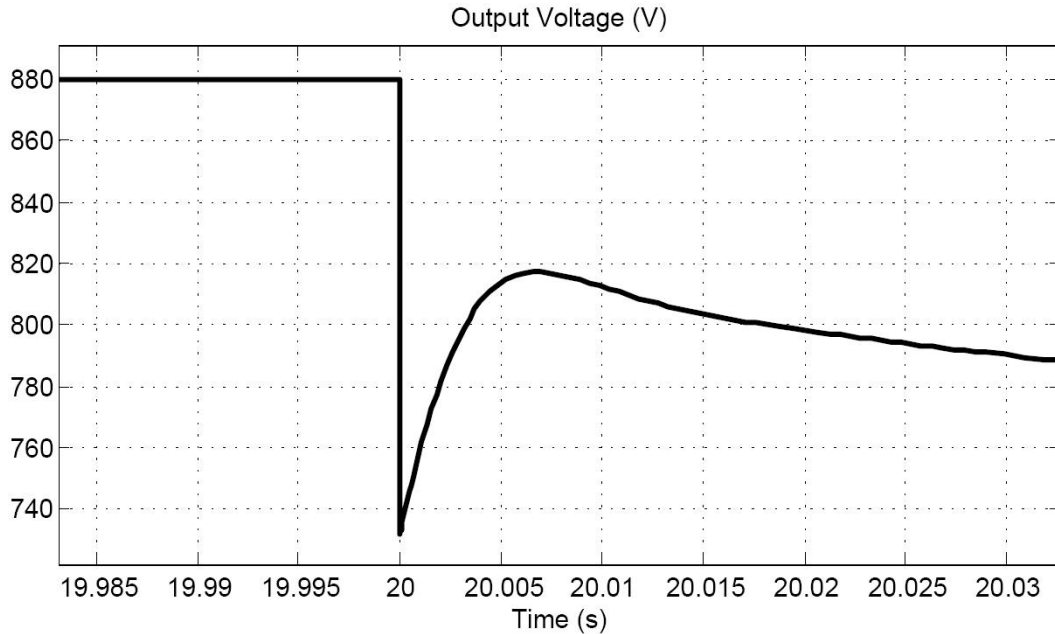
Le modèle du système avec la charge RL, du 5^{ème} ordre, n'est donc pas en mesure de représenter des dynamiques plus complexes, présentes dans un réseau réel. Cette première "faiblesse" de ce modèle n'est cependant pas la seule raison pour laquelle nous avons fait évoluer nos modèles d'étude, comme discuté dans le paragraphe suivant.

3.2.1.2 Discontinuité de la Tension de Sortie

Une incohérence entre ce modèle et le réseau réel, qui justifie un modèle plus raffiné, est le fait que la tension de sortie ne soit pas continue lors d'une commutation de charge. Ce phénomène est montré à la figure 3.3, un zoom de l'exemple 3.2.1.

Il est important de prendre en compte que ce pic de très courte durée, n'est *pas*, comme souvent considéré, une erreur numérique. Il peut être expliqué avec les équations du système.

Pour ces raisons une composante capacitive a été rajoutée au modèle, comme décrit dans la prochaine section.

FIGURE 3.3 – Discontinuité pour une commutation de charge à $t = 20$ s - Modèle RL

3.3 Système Global : Alternateur Couplé à des Charges RLC

Des charges différentes consomment des puissances différentes, et il est possible de modéliser plusieurs situations pertinentes à l'aide des charges RL. Cependant, le réseau entier ne peut pas être simplifié de cette manière, les dynamiques étant plus simples que les réelles. En plus, comme décrit dans la section précédente, lors des commutations il y a une discontinuité dans la tension de sortie, montrée à la figure 3.3. Ces comportements ne décrivent pas de façon réaliste un réseau électrique embarqué. Des effets capacitifs existent dans ce type de réseau, et la modélisation RL ne sera donc pas en mesure de les représenter. Pour améliorer ce modèle, des capacités peuvent donc être rajoutées.

Les charges RLC seront considérées comme un circuit de deux branches parallèles. Une première branche représente la composante active de la charge et la composante réactive inductive comme un circuit RL. La seconde, avec une capacité, est équivalente à la partie négative de la puissance réactive de la charge. Même si ce modèle est encore une simplification de la réalité, des dynamiques plus raffinées et réalistes sont constatées lors des commutations de charge. Pour la synthèse de lois de commande, c'est un bon compromis entre complexité et réalisme : le modèle global ainsi obtenu est du 9^{ème} ordre. Un ordre plus élevé rendrait la synthèse de lois de commande encore plus complexe. La figure 3.4 illustre cette topologie.

Comme dans la section 3.2, les tensions V_A , V_B et V_C sont représentées par V_d et V_q . Les courants sont maintenant divisés en deux branches, et I_{A1} , I_{B1} et I_{C1} sont représentés par I_{d1} et I_{q1} (et de même pour I_{d2} et I_{q2}). Le système étant supposé équilibré, il n'y a pas la troisième composante, dite homopolaire, dans la transformation de Park.

En appliquant le principe de la superposition, on peut écrire les courants dans chacune des branches, le courant total étant égal à leur somme³. La tension de la capacité dans le

3. Cela revient tout simplement à l'application de la loi de Kirchhoff.

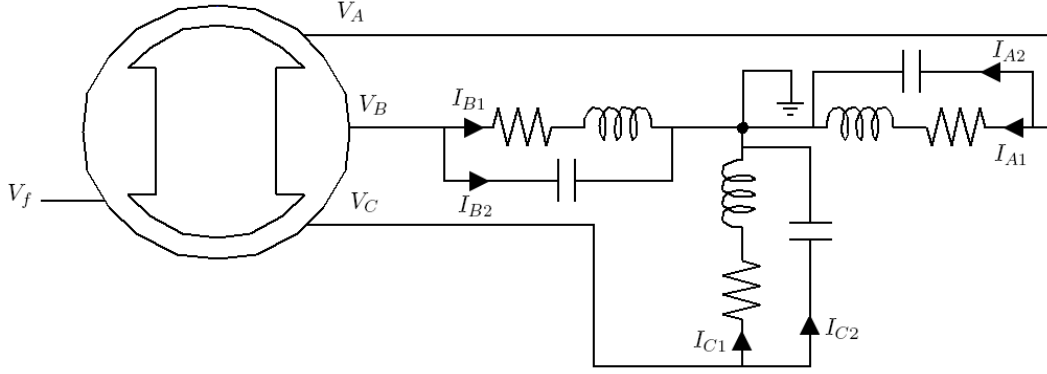


FIGURE 3.4 – L’alternateur couplé à des charges RLC

repère dq est représentée par les composantes U_d et U_q . Les équations sont donc :

3.3.1 Charge RL

$$V_d = R_{charge}I_{d1} - \omega L_{charge}I_{q1} + L_{charge} \frac{dI_{d1}}{dt} \quad (3.11)$$

$$V_q = R_{charge}I_{q1} + \omega L_{charge}I_{d1} + L_{charge} \frac{dI_{q1}}{dt} \quad (3.12)$$

3.3.2 Charge C

$$0 = -I_{d2} - \omega C_{charge}U_q + C_{charge}\dot{U}_d \quad (3.13)$$

$$0 = -I_{q2} + \omega C_{charge}U_d + C_{charge}\dot{U}_q \quad (3.14)$$

Finalement, la topologie du système impose que :

$$U_d = V_d \quad (3.15)$$

$$U_q = V_q \quad (3.16)$$

$$I_d = I_{d1} + I_{d2} \quad (3.17)$$

$$I_q = I_{q1} + I_{q2} \quad (3.18)$$

3.3.3 Modèle Complet

Si l’on considère les équations de l’alternateur (3.1) à (3.5), les équations de charge (3.11) à (3.14) ainsi que les équations de couplage (3.15) à (3.18), le système est complètement décrit. Il peut naturellement s’écrire comme un système descripteur du 9^{eme} ordre, où l’entrée de commande u est la tension d’excitation V_f :

$$E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge}) \dot{\mathbf{x}} = A_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge})\mathbf{x} + B_{sys} \mathbf{u} \quad (3.19)$$

$$\begin{pmatrix}
-L_d & -L_d & 0 & 0 & -M_{fd} & -M_{dD} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -L_q & -L_q & 0 & 0 & -M_{qQ} & 0 & 0 \\
-M_{fd} & -M_{fd} & 0 & 0 & -L_f & -M_{fD} & 0 & 0 & 0 \\
-M_{dD} & -M_{dD} & 0 & 0 & -M_{fD} & -L_D & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -M_{qQ} & -M_{qQ} & 0 & 0 & -L_Q & 0 & 0 \\
-L_{charge} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -L_{charge} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{charge} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{charge}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \dot{I}_{d1} \\ \dot{I}_{d2} \\ \dot{I}_{q1} \\ \dot{I}_{q2} \\ \dot{I}_f \\ \dot{I}_D \\ \dot{I}_Q \\ \dot{U}_d \\ \dot{U}_q \end{pmatrix} =
\begin{pmatrix}
R_s & R_s & -\omega L_q & -\omega L_q & 0 & 0 & -\omega M_{qQ} & 1 & 0 \\
\omega L_d & \omega L_d & R_s & R_s & \omega M_{fd} & \omega M_{dD} & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_D & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_Q & 0 & 0 \\
R_{charge} & 0 & -\omega L_{charge} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
\omega L_{charge} & 0 & R_{charge} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega C_{charge} \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \omega C_{charge} & 0
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} I_{d1} \\ I_{d2} \\ I_{q1} \\ I_{q2} \\ I_f \\ I_D \\ I_Q \\ U_d \\ U_q \end{pmatrix} +
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} V_f
\quad (3.20)$$

La matrice E étant non-singulière, comme dans le premier cas (équation (3.8)), si les paramètres de la machine sont considérés constants dans les plages de fonctionnement, le système descripteur peut être réécrit sous une forme LPV classique :

$$\dot{\mathbf{x}} = E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge})^{-1} A_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge}) \mathbf{x} + E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge})^{-1} B_{sys} \mathbf{u} \quad (3.21)$$

L'équation de sortie (3.10), ici rappelée, complète le modèle global du réseau.

$$V_{sortie} = \sqrt{\frac{V_d^2 + V_q^2}{3}}$$

Comme maintenant la sortie est une combinaison des états, la commutation se produit de façon moins abrupte, les états évoluant de façon continue. Cela est bien sûr attendu d'un circuit avec des composants capacitifs, ce qui est le cas d'un réseau électrique réel.

3.3.4 Comparaison avec le Modèle RL

Une analyse complète de la réponse dynamique de ce modèle sera présentée au chapitre 4. Mais avant cette discussion plus approfondie, une rapide comparaison entre les deux modèles de ce chapitre est présentée, au travers d'un exemple de commutation de charge.

Exemple 3.3.1. Commutation de charges symétrique pour le système global avec charge RLC

Dans cet exemple, comme pour l'exemple 3.2.1, un système en boucle ouverte est considéré. Il est également simulé avec une entrée de commande et fréquence constantes pendant 60 secondes. Les conditions initiales sont nulles. Deux commutations de charges symétriques, à $t = 20$ et $t = 40$ sont simulées, pour les charges :

- Pour $0 \leq t < 20$: 50% de la puissance active nominale, 150 kVAr en capacités
- Pour $20 \leq t < 40$: 100% de la puissance active nominale, 150 kVAr en capacités
- For $40 \leq t < 60$: 50% de la puissance active nominale, 150 kVAr en capacités

Dans toutes les situations le $FP = 0.8$. Le résultat de cette simulation est montré sur la figure 3.5.

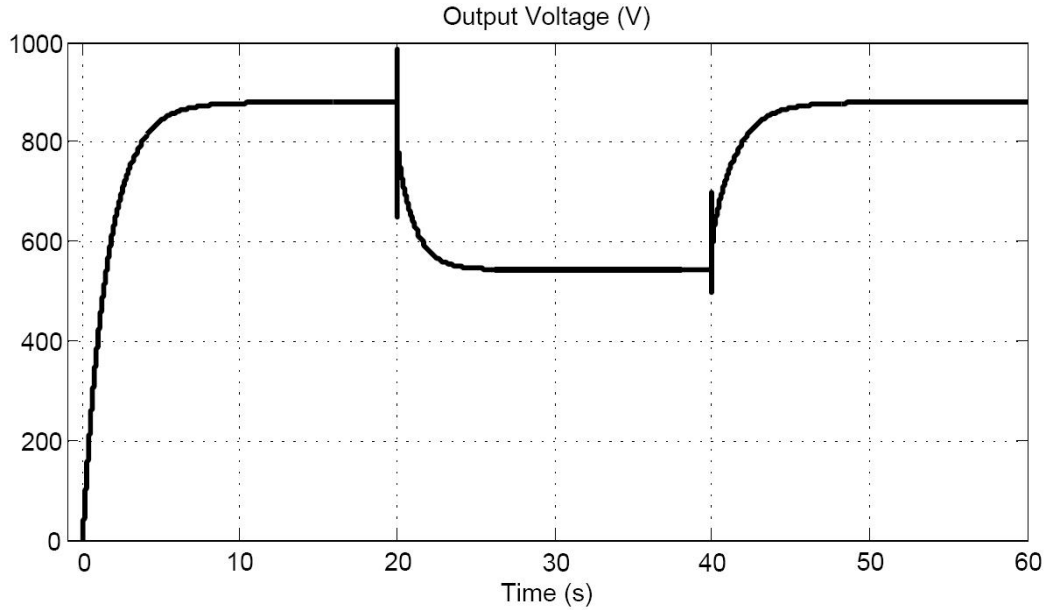


FIGURE 3.5 – Simulation du système RLC pour une entrée constante

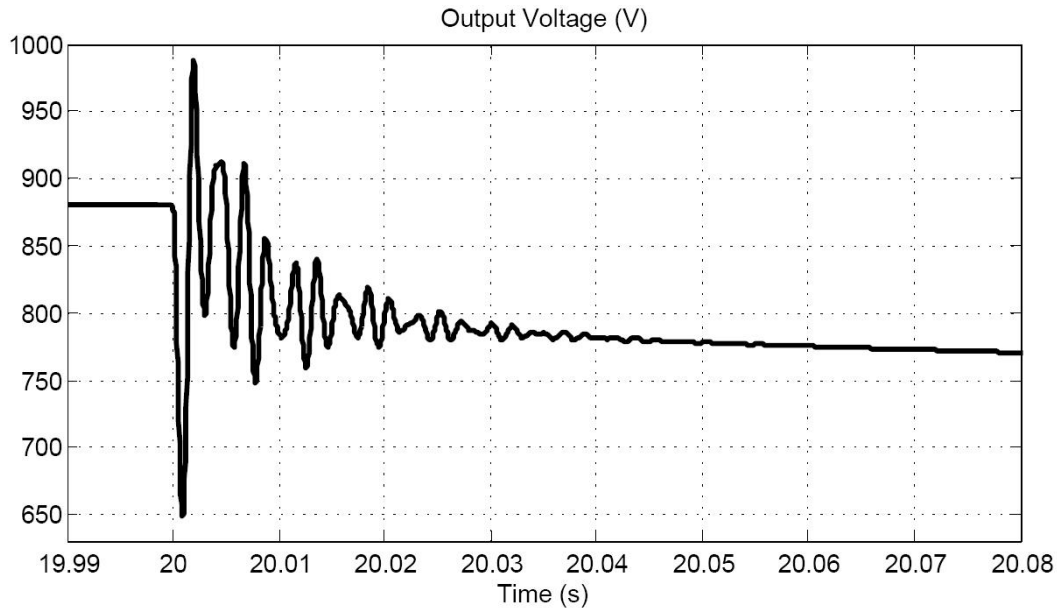
Vue “de loin”, cette nouvelle courbe (figure 3.5) ressemble beaucoup à la courbe obtenue pour le modèle RL (figure 3.2). Cela est cohérent avec le fait que pour le régime permanent, le modèle RL est satisfaisant. Cependant, il est possible de voir que le transitoire n’est plus du tout le même qu’avant. Un zoom de la commutation à 20 s est présenté à la figure 3.6.

Les composants de la tension de sortie V_d et V_q sont maintenant les états U_d et U_q (eqs. (3.15) et (3.16)). De cette façon, la continuité est assurée pendant la commutation, les états étant tous continus. En plus, il est possible de voir des oscillations et dynamiques qui n’étaient pas présentes pour le modèle RL. Ce modèle est donc beaucoup plus adapté aux travaux de recherche qui sont présentés dans ce manuscrit.

Pour finir ce chapitre, des simulateurs qui ont été développés dans le cadre de cette étude sont brièvement présentés.

3.4 Simulateurs

Tout au long de la thèse, la simulation des réseaux électriques que nous étudions a été d’une importance primordiale. Divers outils de simulation pour ce type de réseaux sont disponibles, comme par exemple la toolbox *SimPower* de Simulink. Cependant, aucun de ces outils n’a un code ouvert. De ce fait, nous n’avons pas la possibilité de vérifier si les résultats que nous obtenions étaient corrects, et si certains phénomènes étaient des erreurs numériques ou des comportements du système.

FIGURE 3.6 – Zoom de la commutation de charge à $t = 20s$

Nous avons donc développé deux simulateurs distincts sous Matlab/Simulink pour chacun des modèles décrits dans ce chapitre : l'alternateur couplé à des charges RL et l'alternateur couplé à des charges RLC. De cette façon les conditions des commutations de charges considérées sont parfaitement connues et maîtrisées.

Deux conditions doivent être respectées par ces simulateurs :

- Les états doivent être continus pendant les changements de charge.
- La structure des modèles dynamiques (3.9) ou (3.21) doit rester inchangée à chaque instant de la simulation, y compris pendant la commutation.

La première condition implique que les états *avant* et *après* la commutation ont le même sens physique. Donc, la base des matrices utilisées pour représenter les états du système avant doit être la même qu'après. La seconde condition implique qu'aucun état ne peut être rajouté ou supprimé pendant une commutation de charge. Cela est nécessaire pour le simulateur tel que nous l'avons construit : il doit travailler avec un système de même dimension tout au long de la simulation.

Les deux simulateurs seront brièvement présentés. Ces travaux ont donné lieu à la publication [Kvieska et al., 2009b].

3.4.1 Simulateur pour l'Alternateur Couplé à des Charges RL

Un simulateur a été développé sous Matlab/Simulink spécifiquement pour le réseau avec un alternateur couplé à des charges RL. Plus que les caractéristiques de la charge, tous les paramètres de la machine électrique (résistances internes, inductances mutuelles, etc) peuvent être paramétrés. Il est par contre intéressant de considérer que ces paramètres sont constants pour la synthèse de lois de commande : si tel est le cas, l'équation (3.9) sera linéaire pour une charge et fréquence données. La figure 3.7 montre l'interface de ce simulateur.

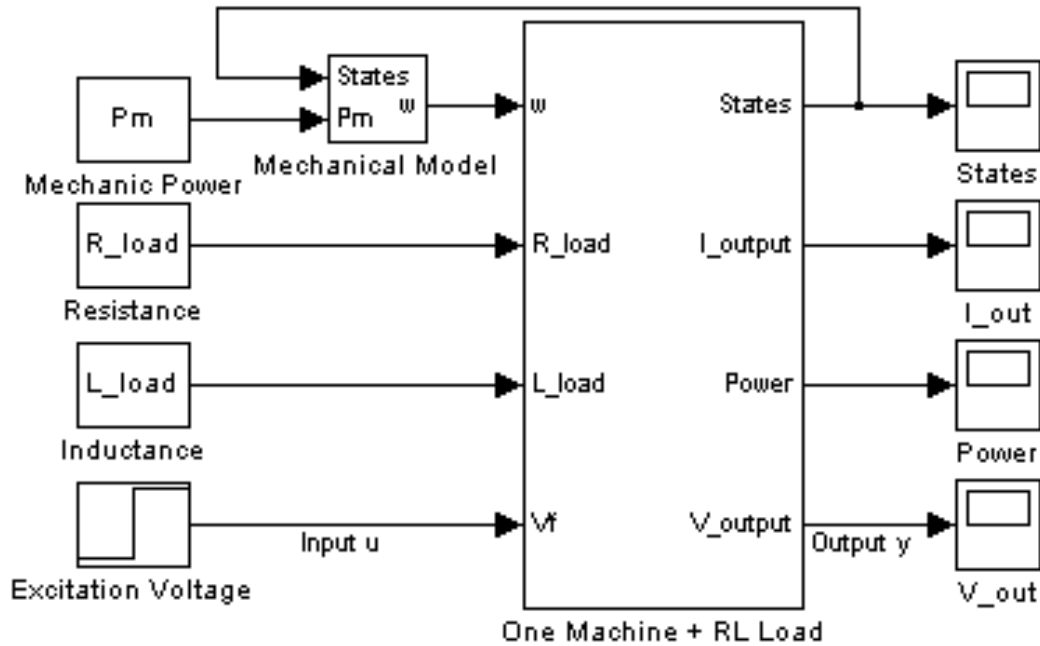


FIGURE 3.7 – Interface du Simulateur RL

Ce simulateur présente plusieurs caractéristiques intéressantes pour l'étude menée. Premièrement, les valeurs des paramètres de la charge sont des entrées. Donc, les changements de charge peuvent être simulés dans n'importe quelle forme désirée. Par exemple, pour simuler la connexion d'une charge, les évolutions de R et L peuvent être représentées comme des échelons à un instant donné, avec les charges équivalentes avant et après la commutation.

La représentation d'un modèle mécanique est également prévue, découplée du modèle électrique. Ceci est intéressant pour la synthèse de lois de commande, où, étant données les constantes de temps très différentes, les problèmes de la commande de la tension et de la fréquence sont classiquement séparés. Nous avons tout au long de cette thèse considéré que la fréquence était constante pour la synthèse de nos commandes. Donc dans nos simulations ce bloc était tout simplement une constante.

L'intérieur du simulateur a une taille trop importante, et ne sera pas présenté ici. Il est construit avec des blocs élémentaires de l'environnement Simulink. Pour cette raison, ce simulateur est dédié à cette topologie : l'alternateur couplé à des charges RL. L'avantage majeur de ce simulateur est que toutes les boucles algébriques présentes à l'équation (3.8) ont été éliminées. De ce fait, les simulations sont extrêmement rapides, les calculs étant tous directs.

Pour une idée du temps de simulation, considérons l'exemple 3.2.1. Les figures 3.2 et 3.3 présentées ont été obtenues avec ce simulateur. Avec le solveur numérique *ode15s* du type *stiff* [Shampine, 1994], avec une tolérance relative de 10^{-5} , une tolérance absolue de 10^{-6} et tous les autres paramètres en mode automatique, il a fallu moins d'une demie seconde à un ordinateur de bureau pour simuler les 60 secondes ! Un temps moyen d'environ 0.42 secondes dans un Intel Pentium IV 3.2GHz avec 3Go de mémoire vive.

La contre partie de cette très bonne performance est le fait que le simulateur est dédié à cette topologie. Cette très bonne performance a donc un prix : on ne peut pas le faire évoluer

simplement vers une topologie plus complexe : il ne peut pas être utilisé pour le cas RLC.

3.4.2 Simulateur pour l'Alternateur Couplé à des Charges RLC

Un autre simulateur a été développé pour l'alternateur couplé à des charges RLC. Comme ce modèle est considérablement plus complexe que le modèle RL (un système du 9^{ème} plutôt que du 5^{ème} ordre), les équations n'ont pas été "ouvertes" sous la forme de blocs élémentaires de l'environnement Simulink. Donc, il y a encore des boucles algébriques, et le temps de simulation n'est pas aussi satisfaisant que celui du simulateur précédent.

L'interface de ce simulateur est, à première vue, très proche de celle du simulateur RL, montrée à la figure 3.7. Par contre, son noyau est fondamentalement différent. On adopte une stratégie intéressante : une *m-fonction* de Matlab [Mathworks, 2008] calcule les équations (3.10) et (3.21). Pour chaque pas de calcul ces valeurs seront donc utilisées pour l'intégration de \dot{x} . La figure 3.8 montre cette topologie. De cette façon lors d'une commutation de charge, tout aspect de la simulation est connu, et des vérifications peuvent être effectuées pour la cohérence de la simulation.

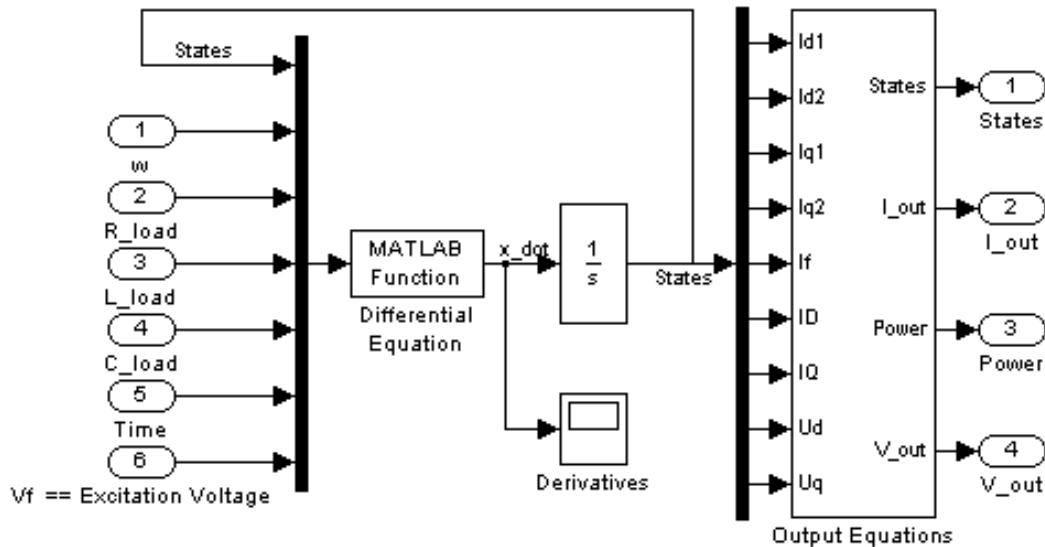


FIGURE 3.8 – Boucle d'intégration pour le simulateur RLC - Intérieur de l'interface

L'intérêt de cette topologie réside dans le fait que tous les calculs sont effectués à l'intérieur de la *m-fonction*. De cette façon, il est très simple de manipuler les conditions de la simulation. Il est possible de modifier les équations, d'ajouter des nouvelles entrées ou sorties, et de changer les paramètres du réseau. Le "prix" à payer pour une telle souplesse est une moins bonne performance temporelle lors de son exécution : le temps de simulation est plus long. Pour chaque pas de simulation Matlab fait appel à une fonction, ce qui est une tâche très lourde pour la CPU au cours d'une simulation entière.

Pour avoir une idée du temps de simulation, considérons maintenant l'exemple 3.3.1. Les figures 3.5 et 3.6 présentées ont été obtenues avec ce simulateur. Avec les mêmes configurations de la section précédente pour le solveur numérique, il a fallu au même système informatique une dizaine de minutes pour simuler les 60 secondes.

Certes, des outils sous Matlab, comme la SimPower Toolbox, existent pour simuler ce

type de système. Cependant, la souplesse de ce simulateur est très attirante pour mettre au point des simulations “inhabituelles”. Ces situations englobent par exemple un changement de charge graduel dans une forme particulière, le changement de certaines des équations du modèle, entre autres ⁴.

3.5 Considérations Finales

Dans ce chapitre les bases de l'étude qui sera développée au long de ce manuscrit ont été posées. Deux modèles dynamiques pour les réseaux ont été présentés, et ils sont décrits comme des systèmes LPV. De cette façon, stabilité et performance peuvent être étudiées à l'aide des résultats présentés au chapitre 2. Le premier modèle est celui avec les charges RL, classiquement utilisé. Comme l'on a pu voir, il n'est pas en mesure de répondre aux besoins de notre étude.

Le modèle qui sera utilisé par la suite de ce manuscrit sera donc le modèle d'un alternateur couplé à des charges RLC. Comme on a brièvement discuté, ce modèle présente des dynamiques très riches, et la synthèse de lois de commande n'est donc pas toujours évidente. Avant de pouvoir passer à cette phase, une parfaite compréhension de ce modèle est nécessaire, et cela est beaucoup moins évident qu'il n'y paraît.

Le chapitre suivant fera donc une analyse des systèmes dynamiques obtenus avec ce modèle. C'est à partir de cette analyse, qui ne s'intéresse qu'aux caractéristiques intrinsèques du système, qu'il est possible de développer la stratégie de commande présentée dans la deuxième partie de ce manuscrit.

4. Dans le cadre de notre projet, décrit à la section 1.2, une étude a également été menée pour la mise en place d'une plate-forme de simulation avec la *SimPower Toolbox* de Simulink/Matlab. Les résultats de cette étude n'ont pas été utilisés directement dans ce manuscrit, mais ils ont permis de mieux cadrer notre recherche. Les détails sont disponibles dans [Yao et al., 2009b].

Chapitre 4

Analyse Dynamique du Système

Le modèle global du réseau électrique avec des charges RLC (une famille de systèmes du 9^{ème} ordre), décrit à la section 3.3, présente de très riches dynamiques. En fonction de la charge qui est couplée à l'alternateur, ces dynamiques varieront énormément. Leur parfaite compréhension lors des commutations de charge est fondamentale pour la synthèse de lois de commande.

Si pour des systèmes linéaires "habituels" la synthèse de lois de commande ne pose pas de difficultés particulières, ceux traités ici présentent des modes très oscillants, parfois peu commandables. Comme l'on verra dans ce chapitre, si ces caractéristiques ne sont pas prises en compte, il peut être impossible de faire la synthèse d'une loi de commande adaptée. Ce chapitre présentera les raisons pour lesquelles il est tellement difficile (ou parfois impossible) de les commander.

L'étude complète de ces différents systèmes est présentée. Un ensemble d'environ 54.000 charges a été considéré, et une classification basée sur leurs réponses dynamiques est proposée. Cette classification ouvre l'intéressante possibilité de commandes à Gains Programmés basées non pas sur la charge, mais sur un groupe de comportement.

Deux analyses de la commutation de charge seront présentées : une qualitative et une autre quantitative. Le concept de *Distance de Charge*, l'analyse qualitative, est proposé. Cette définition nous permet de prévoir si une commutation se déroulera bien ou pas. Basée sur cette définition, une fonction d'estimation de la tension de sortie après une commutation est proposée à la fin de ce chapitre. C'est l'analyse quantitative de la commutation.

Sommaire

4.1	Classification des Charges	39
4.2	Analyse Qualitative : Distance de Charge	44
4.3	Analyse Quantitative : Estimation de la Sortie	49
4.4	Considérations Finales	57

4.1 Classification des Charges

Une classification des charges en fonction des caractéristiques dynamiques est proposée dans cette section. D'abord les charges utilisées seront présentées, ensuite, la méthode utilisée pour cette classification, et finalement les différents groupes obtenus.

4.1.1 Charges Considérées pour l'Étude

Pour pouvoir étudier les différents comportements possibles du réseau électrique, différentes situations doivent être représentées à l'aide des modèles du chapitre 3. Si l'on veut étudier une situation précise, la stratégie est simple : calculer les paramètres R_{charge} , L_{charge} et C_{charge} correspondants. C'est la procédure classique lorsqu'un problème bien précis nous est posé.

Par contre, pour une étude plus étendue des différentes commutations possibles, un cadre plus large est nécessaire. Une solution intéressante serait donc de faire un maillage de l'espace 3-D défini par R_{charge} , L_{charge} et C_{charge} et étudier ainsi les comportements dynamiques pour chacune d'elles.

Cette stratégie a cependant deux inconvénients. Le premier est que, pour un maillage fin, le nombre de charges obtenues serait trop grand, et donc difficile à traiter. Si cet inconvénient n'est pas très important, il y en a par contre un autre plus sérieux : le facteur de puissance (FP). Les installations électriques ont des facteurs de puissance minimum bien définis. Une charge à faible facteur de puissance ne sera donc pas réaliste.

La démarche adoptée repose donc sur un maillage de l'espace 2-D défini par R_{charge} et L_{charge} . En fonction de ces deux variables, la valeur de la composante capacitive nécessaire pour ramener le système à un facteur de puissance de 0.8 est calculée. Cela est fait très simplement en tenant compte du diagramme des puissances active et réactive du système [Krause et al., 2002]. Comme la composante capacitive est en parallèle (cf. figure 3.4), elle est définie par l'équation suivante :

$$C_{charge} = \frac{1}{\omega^2 L_{charge} \left(1 - \frac{\tan(\arccos(\text{Facteur de Puissance Desire}))}{\tan(\arccos(\text{Facteur de Puissance Initial}))} \right)} \quad (4.1)$$

Cette composante capacitive ne sera ajoutée que pour les charges ayant un FP inférieur à 0.8. Donc, une partie des charges obtenues avec cette méthodologie se compose de systèmes RL, du 5^{ème} ordre. Le maillage utilisé pour l'obtention des systèmes correspond à environ 54.000 points différents, et donc au même nombre de systèmes dynamiques. Parmi ces systèmes, environ 14.000 sont équivalents à des charges RL (systèmes du 5^{ème} ordre) et 40.000 sont des équivalents à des charges RLC (systèmes du 9^{ème} ordre). La résistance varie de $1m\Omega$ à 20.000Ω , alors que l'inductance entre $0.2mH$ à $1H$ ¹. Pour des faibles valeurs des paramètres, de grandes variations de puissance et de comportement dynamique peuvent être remarquées. Pour cela, le maillage est beaucoup plus fin dans cette zone.

Plusieurs informations peuvent être extraites de chacune de ces charges. Par exemple les matrices d'état A et B, qui sont calculées sur la base des modèles du chapitre 3. Des linéarisations obtenues avec la fonction *linmod* [Mathworks, 2008] sont également effectuées autour des points de fonctionnement, pour le calcul de la matrice C du modèle d'état. De

1. Les bornes supérieures des valeurs représentent des circuits ouverts.

cette façon il est également possible de calculer les zéros du système, ainsi que des fonctions de transferts pour des éventuelles synthèses de lois de commande².

4.1.2 Distribution des Charges

Pour classer les charges en fonction de leur comportement, les matrices d'état seront prises en compte. Plus spécifiquement, les matrices A et B pour chacun des systèmes calculés précédemment seront considérées. En fonction des modes dynamiques, définis par les pôles, chaque charge sera considérée comme étant dans un groupe particulier.

Cinq "groupes de comportement" ont été définis pour les charges. Ils ne sont pas disjoints, et certains sont des sous ensemble d'un autre, comme montrée à la figure 4.1 :

1. Charges Instables
2. Charges avec des Dynamiques Dominantes
3. Charges avec des Dynamiques du Premier Ordre (Sous-ensemble du groupe 2)
4. Charges avec des Modes Peu Amortis
5. Charges avec des Modes Peu Amortis Peu Commandables. (Sous-ensemble du groupe 4)

Chacun de ces groupes sera détaillé par la suite. Évidemment, il est possible d'affiner cette classification, mais qualitativement, cinq groupes arrivent à bien mettre en évidence les différents comportements. Dans cette section la méthodologie utilisée pour la classification, ainsi que le traitement nécessaire pour chacun des systèmes est décrit.

Avec les définitions des groupes une analyse de chacune des charges est entreprise, et le résultat est présenté à la figure 4.1, au travers d'une représentation visuelle. Cette distribution met en évidence quantitativement la proportion des charges qui fait partie de chacun des groupes. En fonction du groupe de charge, la nature, et la priorité de la stratégie de commande seront différentes.

4.1.2.1 Charges Instables

Méthodologie La définition des charges de ce groupe est très directe, et se fait en fonction des pôles du système. Elles correspondent à 0.23 % des charges considérées.

Stratégie Nécessaire Les charges instables représentent une minorité des systèmes, et un régulateur stabilisant est nécessaire. Ces charges sont très compliquées à commander : en fonction de la commutation qui est entreprise, il est possible que le signal de commande nécessaire pour stabiliser le système prenne des valeurs trop importantes. La saturation de ce signal peut donc conduire à un système instable. La définition de la *Distance de Charge* à la section 4.2 donnera une idée qualitative de quand cette situation peut se présenter.

4.1.2.2 Charges avec des Dynamiques Dominantes et Charges avec des Dynamiques du Premier Ordre

Méthodologie Au travers des simulations on a pu remarquer qu'une partie des systèmes présentaient une dynamique plus lente que les autres. Pour ces systèmes, il serait légitime pour la synthèse de lois de commande de ne prendre en compte que cette dynamique lente.

2. Les techniques de commande qui seront développées dans le chapitre 6 ne prendront en compte que les matrices calculées A et B , sans besoin de linéarisation.

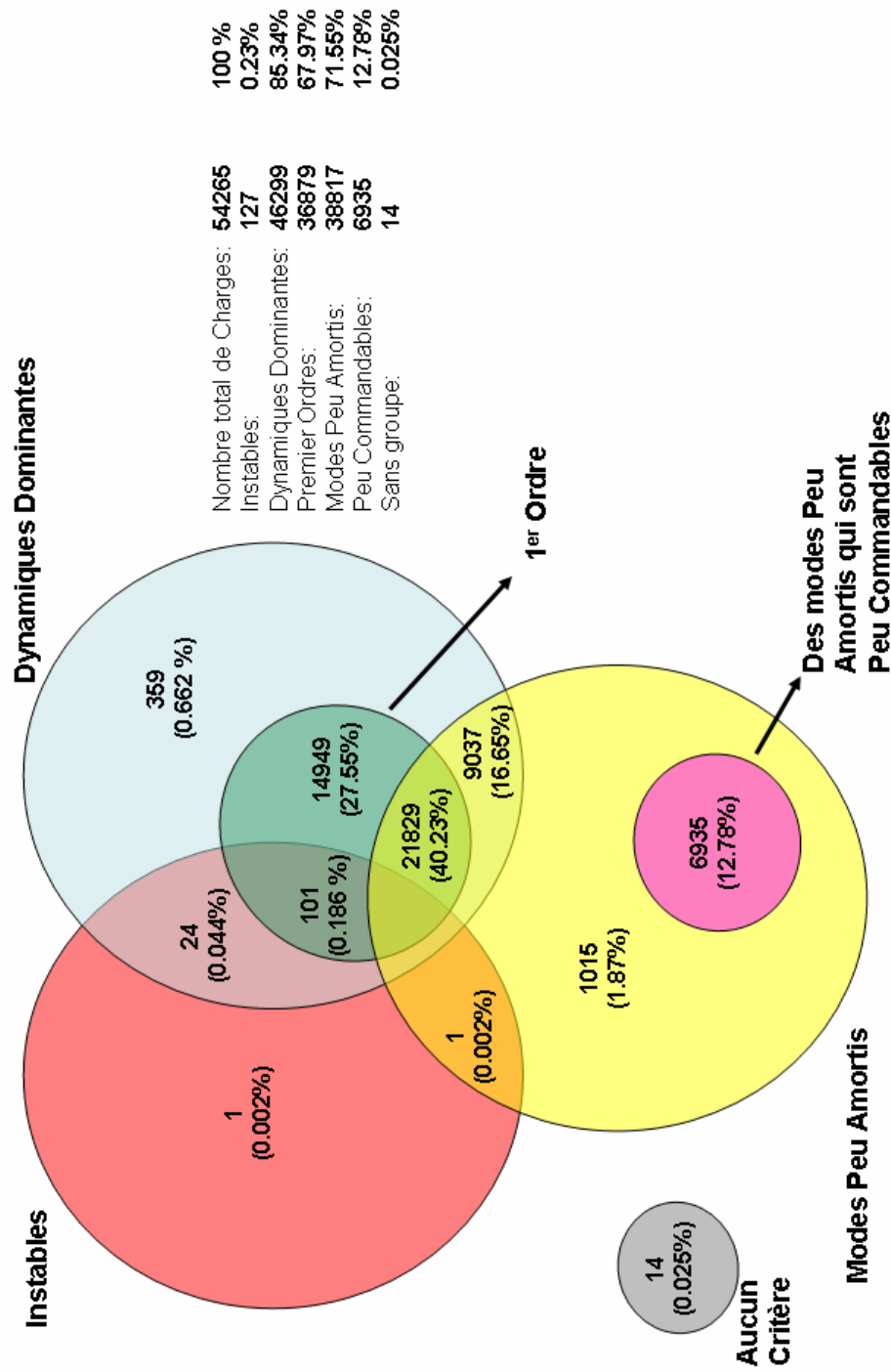


FIGURE 4.1 – Distribution des Charges dans les différents groupes

L'analyse des charges qui font partie de ce groupe repose également sur les pôles du système. La méthode est très simple : d'abord, on ne considère que les parties réelles des pôles. On repère de cette façon le pôle le plus lent. Si tous les autres pôles ont une partie réelle au moins 10 fois plus élevée, ce système sera considéré comme étant dans le groupe des *Charges à Dynamiques Dominantes*. Les charges dans ce groupe correspondent à 85.34 % de celles considérées.

De la même façon, après repérage du pôle le plus lent, si tous les autres pôles ont une partie réelle au moins 50 (à la place de 10) fois plus élevée, ce système sera considéré comme étant dans le groupe des *Charges avec des Dynamiques du Premier Ordre*. Ces systèmes correspondent à 67.97 % des charges considérées.

Stratégie Nécessaire Ces charges à Dynamiques Dominantes sont les plus faciles à commander, vu qu'une dynamique est beaucoup plus lente que les autres. Une remarque très importante : entre les 54.000 charges considérées, environ 14.000 sont des systèmes RL, du 5^{ème} ordre. L'intégralité de ces 14.000 systèmes est classée dans le groupe "Premier Ordre".

Cela confirme les comportements constatés à l'exemple 3.2.1, et montre que la modélisation RL n'est pas en mesure de représenter des situations complexes. Pour ce groupe de charges la synthèse de régulateurs très simples est suffisante. Lors des commutations, les dynamiques rapides seront très rapidement amorties, et au pire des pics de tension seront remarqués.

4.1.2.3 Charges avec des Modes Peu Amortis et Charges avec des Modes Peu Amortis et Peu Commandables

Méthodologie D'abord, on définit le groupe des *Charges avec des Modes Peu Amortis*. Ce groupe est défini à partir de l'analyse des pôles complexes du système. Des modes très oscillants sont présents pour une partie des charges. Ils peuvent être plus ou moins amortis. Le critère défini pour ce groupe est donc simple : il se base sur le coefficient d'amortissement ξ . Tous les systèmes qui présentent des pôles avec un ξ inférieur à 0.01 sont considérés comme peu amortis³.

Pour les systèmes que nous avons étudiés, ces modes correspondent à des pôles très oscillants avec des faibles parties réelles (en valeur absolue). Ces systèmes correspondent à 71.55 % des charges considérées.

Ensuite, le groupe des *Charges avec des Modes Peu Amortis et Peu Commandables* est un sous-ensemble de ce premier groupe. Les systèmes linéaires peuvent présenter des modes faiblement commandables. Ces modes peuvent être commandés à condition d'y mettre beaucoup d'énergie. S'ils sont amortis, même si la commande n'essaie pas de les diriger, ils ne poseront pas de problèmes. Par contre, dans le cas où ces modes sont peu amortis, ils peuvent vraiment poser des problèmes. Comme l'on verra par la suite de ce chapitre (notamment à la section 4.2.2), ces charges "à risque" nécessitent un traitement spécial lors d'une commutation.

L'influence de l'entrée de commande $u(t)$ sur le i -ème mode du système est quantifiée par $w_i^T B u(t)$, où w_i est le vecteur propre à gauche associé à ce mode [Lebret, 2007a]. Pour un mode qui n'est pas commandable, le produit $w_i^T B$ est nul. S'il est très faible, le mode est donc *peu* commandable. Le même critère qu'avant a été utilisé : si ce produit est inférieur à 0.01 pour au moins un des pôles peu amortis du système, il sera considéré comme étant dans ce groupe. Ces systèmes correspondent à 12.78 % des charges considérées.

3. Ce coefficient est défini simplement comme le cosinus de l'angle entre la droite reliant le pôle à l'origine et l'axe réel. Donc, s'il est petit, l'angle est proche de 90°, et le pôle est peu amorti.

Stratégie Nécessaire Le groupe des *Charges avec des Modes peu Amortis* présente des intersections avec tous les groupes décrits précédemment.

- Tout d’abord, les charges qui ont des modes peu amortis, mais qui présentent également une dynamique beaucoup plus lente que les autres (21.829 charges exactement). Même si la partie imaginaire est très importante (parfois de l’ordre de 10.000), la partie réelle n’est tout de même pas négligeable, et ces systèmes peuvent être commandés sans grande difficulté.
- Ensuite, les charges qui sont classées comme ayant juste des modes peu amortis (1.015 charges). Dans ces cas, un régulateur qui prend en compte toutes les dynamiques est nécessaire. Notre stratégie dans cette thèse est de faire de la commande optimale par retour d’état, comme détaillé au chapitre 6.
- Les charges à Dynamiques Dominantes et modes peu amortis (9037 charges), se trouvent “entre” ces deux ensembles qui viennent d’être décrits : il y a une dynamique dominante, mais les modes peu amortis ne peuvent tout de même pas être négligés.
- Finalement, le groupe des charges qui ont des modes peu amortis et peu commandables (6935 charges), qui est le groupe des charges “à risque”. Ces charges ont des modes peu amortis qui doivent donc être pris en compte par le régulateur. Par contre, ces modes sont peu commandables : cela veut dire qu’il faut beaucoup d’énergie pour les contrôler. Il n’est parfois même pas possible de commander ces charges : il faut donc faire attention aux commutations de charges qui ont comme “point final” une charge de ce groupe. La section 4.2.2.2 mettra en évidence une de ces situations, et une discussion plus détaillée y sera présentée.

Cette classification de charges est, à notre connaissance, originale en ce qui concerne la commande des réseaux électriques. Cet apport a été publié dans [Kvieska et al., 2009c].

4.1.3 Perspective : Commandes Intelligentes

A la section 1.2 de l’introduction de ce manuscrit, l’idée générale du projet dans lequel cette thèse s’inscrit est présentée. Les lois de commande que nous développons dans cette thèse considèrent que la situation du système est connue. Les régulateurs sont donc conçus pour les charges précises qui modélisent le système pour un point de fonctionnement donné. Mais, comme l’on vient de le décrire, les charges peuvent être groupées en fonction de leur comportement dynamique.

Une perspective très intéressante pour cette partie de nos travaux repose sur ce fait. Plutôt que commander chaque charge particulière, un système intelligent de supervision (comme présenté à la figure 1.1) pourrait indiquer à un régulateur à quel groupe particulier la charge appartient. De cette façon les régulateurs seraient conçus pour les groupes, et non pas pour les charges. L’intérêt d’une telle commande serait de “faciliter” la tâche du système de supervision : il est plus simple de définir le groupe d’une charge que ses valeurs précises de R , L et C .

Dans le cadre de notre projet, des études ont été menées pour la commande intelligente des réseaux électriques. Une publication a été réalisée, une partie des résultats étant disponibles dans [Yao et al., 2009a].

4.2 Analyse Qualitative de la Commutation : Distance de Charge

Cette section présente la définition de *Distance de Charge*, une analyse qualitative de la commutation de charge. Ce concept a évolué dans nos recherches, et dans la section 4.3 une analyse quantitative sera présentée.

Dans cette thèse les changements de charges sont modélisés comme des commutations, cela étant le changement le plus abrupt. Donc, si le système est stable *avant* et *après* la commutation (naturellement, où stabilisé par un régulateur), on peut supposer qu'il ira d'un régime permanent vers un autre. Cependant, la façon dont se déroulera la commutation variera en fonction des charges considérées.

Une commutation de charge peut être divisée en deux parties : la première, *avant* la commutation, et une deuxième, *après* la commutation. C'est un point clé dans cette étude : le système après la commutation, pour une charge donnée, a des dynamiques linéaires et des conditions initiales non-nulles, qui sont les conditions finales du système *avant* la commutation.

Après la commutation, la réponse de la partie linéaire du système dynamique est la somme de deux réponses. D'une part la réponse forcée liée à l'entrée du système, et d'autre part une réponse libre liée aux conditions initiales. Les valeurs de ces conditions initiales seront égales aux valeurs de régime permanent du système *avant* la commutation, si l'on suppose qu'il est en régime permanent à l'instant de la commutation⁴.

L'analyse de la partie linéaire du système revient à une simple réponse temporelle de l'équation (3.20). Les états du système évolueront comme suit :

$$x_{\text{apres}} = \left(sI - E_{\text{apres}}^{-1}A_{\text{apres}}\right)^{-1} E_{\text{apres}}^{-1}B_{\text{apres}}u + \left(sI - E_{\text{apres}}^{-1}A_{\text{apres}}\right)^{-1} x_{0\text{apres}} \quad (4.2)$$

On s'intéresse dans cette section à l'influence des conditions initiales dans la réponse temporelle du système.

4.2.1 Distance de Charge

Comme on peut très facilement le vérifier, des conditions initiales arbitraires peuvent influencer énormément le comportement d'un système RLC. Cela est lié au fait que des conditions initiales (qui représentent des tensions et des courants) "incohérentes"⁵ entraînent de très fortes valeurs pour les dérivées des états. Et cela aura, évidemment, un impact sur les valeurs des états.

On peut facilement remarquer que si les conditions initiales du système *après* la commutation étaient égales aux états en régime permanent, il n'y aurait aucun transitoire. Cela est très intuitif : si à $t = 0$ le système se trouve à son équilibre, avec une entrée de commande nécessaire pour y rester, aucune fluctuation ne sera vérifiée. Par contre, si les conditions initiales sont trop "éloignées" de ces valeurs, le système présentera un transitoire avec des comportements potentiellement indésirables. A partir de ce raisonnement, le concept de *Distance de Charge* est présenté :

4. Cette hypothèse sera relaxée pour la stratégie de commande proposée au chapitre 6.

5. Par conditions initiales "incohérentes" on entend des valeurs qui sont éloignées de l'équilibre du système.

Définition 4.2.1. Définition de la Distance de Charge

Soit X_{RP} les valeurs de régime permanent des états. La distance entre deux charges 1 et 2 sera définie comme :

$$D_{21} = \|X_{RP2} - X_{RP1}\|_2 \quad (4.3)$$

où $\|\cdot\|_2$ est la norme euclidienne du vecteur.

Comme cette norme prend en compte des courants et des tensions, elle n'a pas d'unité. Mais sa valeur relative peut être utilisée pour l'étude de différentes commutations de charge. Ce concept, allié à la distribution des charges, nous permet de prédire si une commutation se passera bien ou pas, avant de l'entreprendre, comme décrit par la suite.

4.2.2 Exemples de Commutations de Charge

Dans ce paragraphe l'application du concept de *Distance de Charge* est mise en évidence. On prendra comme exemple deux commutations. Pour chacune, la charge après la commutation est définie dans le groupe des "Modes Peu Amortis et Peu Commandables" de la figure 4.1, décrit à la section 4.1.2. C'est pour ce groupe que la définition de *Distance de Charge* est la mieux appliquée.

Soit $Charge_{Après}$ la charge qui, selon le modèle de la section 3.3, est caractérisée par :

- $R_{charge} = 0.3\Omega$
- $L_{charge} = 0.99H$
- $C_{charge} = 10.22\mu F$

Cette charge consomme 0.0001 % de la puissance active nominale. C'est donc la représentation d'un circuit ouvert, ou un circuit avec seulement des petites charges connectées. Les modes dynamiques sont caractérisés par les valeurs propres de $E^{-1}A$:

- $-35.38 \pm 22517.61i$
- $-93.73 \pm 19298.40i$
- $-0.32 \pm 314.30i$
- -63.81
- -47.62
- -0.33

Deux charges sont considérées pour la période *avant* la commutation.

4.2.2.1 Premier Cas : Analyse d'une Commutation de Charge "Proche"

Pour illustrer une commutation où la tension de sortie dévie peu de la valeur nominale, une charge "proche" de $Charge_{Après}$ est choisie. Soit $Charge_{Avant1}$ la charge caractérisée par :

- $R_{charge} = 3.6\Omega$
- $L_{charge} = 9mH$
- $C_{charge} = 76.266\mu F$

Cette charge consomme 5.5% de la puissance active nominale. La distance entre les deux charges, d'après la définition 4.2.1 est de 199. Comme l'on verra dans la suite, c'est une faible

valeur. La figure 4.2 montre la commutation quand l'entrée de commande (en boucle-ouverte) est simplement la valeur nécessaire pour que la tension soit à $508V$ ⁶. Cette constante est calculée simplement par le produit de la tension désirée par l'inverse du gain statique du système.

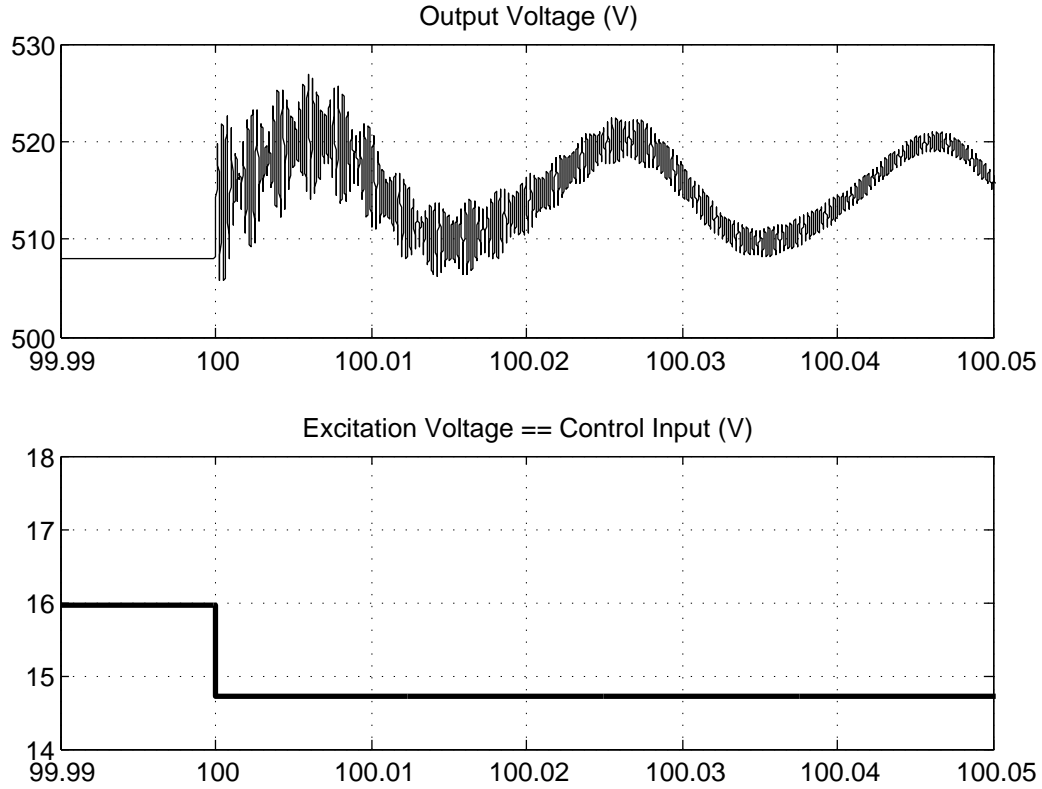


FIGURE 4.2 – Commutation entre deux charges proches à $t = 100s$

Les variations sont petites : le régime permanent étant à $508V$, la valeur maximale est à $526V$ et la minimale à $505V$. Plus que cela, le signal ne quitte même pas la zone de tolérance de $\pm 5\%$, avec une entrée de commande constante ! Cependant, des oscillations existent pendant une bonne période de temps, ce qui est cohérent avec les modes de $Charge_{Après}$.

4.2.2.2 Deuxième Cas : Analyse d'une Commutation de Charge "Éloignée"

Une deuxième charge "éloignée" de $Charge_{Après}$ a été choisie. Soit $Charge_{Avant2}$:

- $R_{charge} = 0.01\Omega$
- $L_{charge} = 0.2mH$
- $C_{charge} = 44.33mF$

Cette charge consomme 79.7% de la puissance active nominale. La distance pour ce couple de charges est de 18480. La figure 4.3 montre les résultats de cette simulation. La tension de

6. La valeur de $508V$ est égale à $\frac{880}{\sqrt{3}}$, comme défini à l'équation 3.10.

sortie oscille entre 0 et environ 32k Volts, et le temps de réponse à $\pm 5\%$ est d'environ 10 secondes.

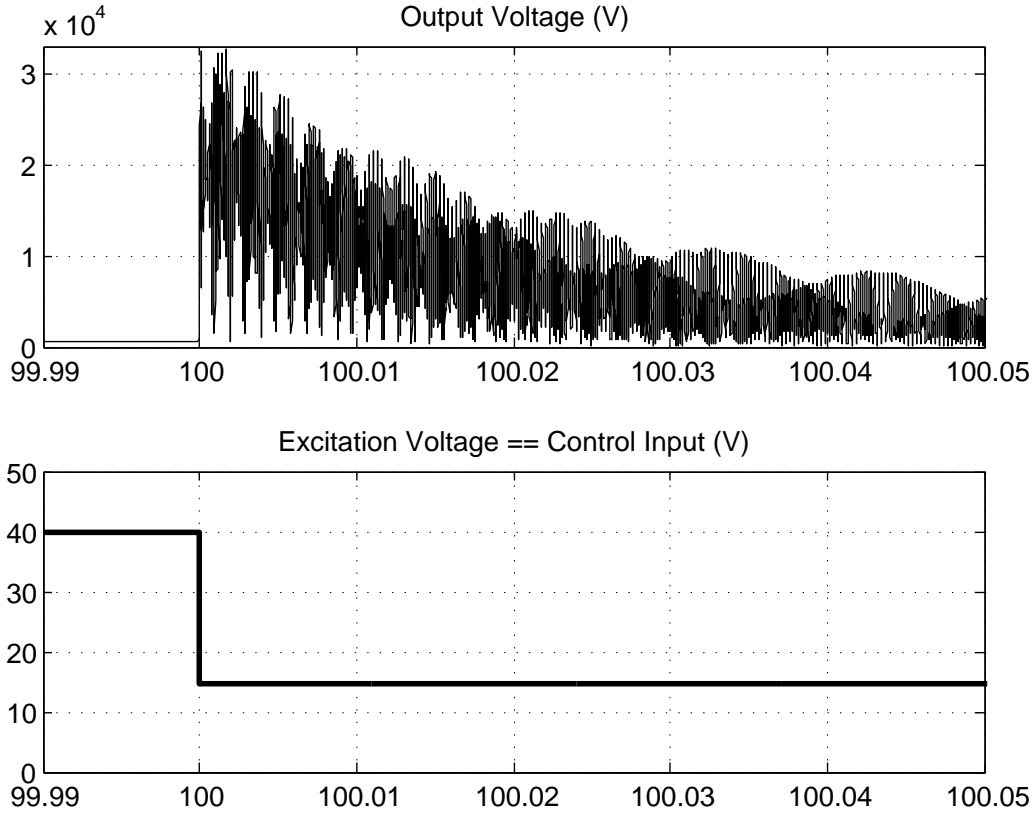


FIGURE 4.3 – Commutation entre deux charges éloignées à $t = 100s$

Les figures 4.2 et 4.3 montrent les réponses simulées pour la même charge après la commutation : $Charge_{apres}$. La différence vient des caractéristiques des charges avant la commutation. Dans le premier cas, la $Charge_{avant1}$ est proche de $Charge_{apres}$. Les modes oscillants de $Charge_{apres}$ sont donc peu excités. Dans le deuxième cas, la $Charge_{avant2}$ est éloignée de $Charge_{apres}$. Les modes oscillants sont donc très excités.

Cet exemple met en avant la capacité d'analyser *a priori* une commutation d'une charge à l'autre pour les charges du groupe "Modes Peu Amortis et Peu Commandables". Pour les charges à Dynamiques Dominantes, même si la distance de charge est importante, à la commutation la tension ne s'éloignera pas beaucoup de la valeur de régime permanent.

Avant de passer à la section suivante, une étude plus approfondie de cette charge sera présentée. On y montre que pour des commutations éloignées il n'est pas possible de commander ce type de charge.

La Commande des Charges avec des Modes Très Peu Commandables

Cette charge présente d'énormes difficultés pour la synthèse de lois de commande. Des régulateurs simples (par exemple un PID) n'ont pas assez de degrés de liberté pour prendre

en compte tous ses modes dynamiques. Des lois de commande issues de l'approche d'état⁷ aboutissent systématiquement à des commandes à très fortes amplitudes. Et même avec ces fortes amplitudes, la réponse temporelle du système n'est pas satisfaisante : les valeurs de la tension de sortie sont trop élevées.

Si l'on continue l'analyse de *Charge_{apres}*, on montrera qu'il n'est pas possible, pour certaines situations, de la commander. Une première analyse révèle que tous les modes sont commandables : le Grammien de commandabilité est défini positif [Lebret, 2007a]. Comme défini dans [Moore, 1981], il est possible de calculer les “modes du second-ordre” du système et d'étudier l'existence de sous-systèmes dominants. Avec la fonction *balreal* de Matlab on peut calculer les valeurs singulières de Hankel pour la *Charge_{apres}* :

- 17.29
- 0.29
- 0.13
- 0.13
- 0.04
- 1.73e-006
- 1.73e-006
- 2.61e-007

Ces valeurs décrivent les “modes du second-ordre” du système, et sont utilisées pour calculer une représentation équilibrée du système [Laub et al., 1987]⁸. Il y a une énorme différence entre les valeurs singulières pour les modes de ce système dynamique. Ces valeurs sont calculées à partir des Grammiens de commandabilité et d'observabilité : cela implique donc une grande différence de commandabilité/observabilité entre les différents modes.

Pour détecter quels modes sont peu commandables, comme décrit à la section 4.1.2, on peut calculer $w_i^T B$ pour chacun des modes (ce serait zéro pour un mode qui n'est pas commandable), où w_i est le vecteur propre à gauche associé au i -ème mode. On arrive à la conclusion que les modes les moins commandables sont liés aux pôles très oscillants $-0.32 \pm 314.30j$.

Donc, s'ils sont très excités à la commutation (une distance importante entre les charges) l'effet des modes peu amortis sera important. Et ces effets seront tellement importants qu'il ne sera pas possible de les commander, et cela avec n'importe quelle stratégie de commande. Cette situation est mise en évidence sur la figure 4.3. Il faudrait une très grande énergie pour atténuer ces modes, et cette énergie n'est pas disponible.

Plus que cela : même si une telle énergie était disponible, comme l'on a un système mono-entrée, il serait toujours impossible de les commander. Parce que si l'on met l'énergie nécessaire pour commander les modes peu commandables, les autres modes seraient trop excités. Leur influence sur la tension de sortie résulterait en oscillations de grandes amplitudes : exactement ce que la commande à forte amplitude était censée contrer.

Les techniciens et ingénieurs qui travaillent sur des applications pratiques se voient confrontés à cette situation dans leur travail. Ils savent qu'il y a des commutations qui doivent être évitées pour maintenir la stabilité du réseau. Pour atteindre une charge “éloignée”, des commutations intermédiaires sont effectuées. C'est le cas lorsqu'une mise en marche progressive est entreprise pour un nouvel équipement sur le réseau.

7. Des commandes du type observateur/retour d'état comme par exemple le *Loop-Transfer Recovery* (LTR) [Lebret, 2007b]

8. Ces valeurs peuvent ensuite être utilisées pour une réduction de modèle

4.3 Analyse Quantitative de la Commutation : Estimation de la Variation de la Tension *après* la Commutation

La section précédente a proposé une analyse qualitative de la commutation, au travers de la définition de la *Distance de Charge*. Elle permet de définir rapidement, dans le cas d'une charge "à risque", si la commutation se déroulera bien ou pas. Par contre, cette définition présente deux points faibles :

- Elle n'a pas d'unité. Donc, sa valeur absolue n'a pas de sens, même si la valeur relative peut être un indicateur très important.
- Elle suppose que le système avant la commutation a atteint son régime permanent. Donc, si les états au moment de la commutation ne sont pas aux valeurs de régime permanent, la *Distance de Charge* n'a pas le sens décrit précédemment.

Cette section est motivée particulièrement par le deuxième point. Au chapitre 6, une stratégie est proposée pour anticiper la commutation, et le système ne sera pas en régime permanent à l'instant de commutation. Dans ce cas la *Distance de Charge* aura une autre interprétation : de mesurer s'il est possible d'anticiper efficacement un changement de charge.

On relâchera donc l'hypothèse que le système est en régime permanent à l'instant de commutation. On développera une fonction d'estimation qui, pour une valeur donnée des états x_d , à l'instant de commutation, mesure l'influence de ces valeurs sur le système *après* commutation.

Cette fonction sera nommée $F_{\Delta V_{sortie}}(x_d)$.

Elle sera très utile à la méthode présentée au chapitre 6 : c'est la fonction qui permet de quantifier si un état est plus adéquat au moment de la commutation qu'un autre. Son résultat est donné en Volts : elle calcule la valeur maximale de l'enveloppe de la variation de la tension de sortie *après* la commutation.

Cette fonction peut être résumée comme suit. L'évolution des états pour une entrée constante est analysée, à partir des dynamiques du système. La réponse sera décomposée pour les différentes contributions de ces dynamiques. La variation de la tension *après* la commutation sera la somme des réponses de chacun des différents modes dynamiques. Comme le signal de sortie oscille très rapidement, l'enveloppe du signal sera calculée, basée sur les enveloppes des réponses des différents modes.

Aucune simulation n'est nécessaire : la fonction résultante calcule directement la variation de la tension de sortie pour une valeur initiale donnée des états⁹. Cela est intéressant si l'on veut intégrer cette fonction dans une méthode itérative, qui testera plusieurs valeurs différentes. Dans ce cas, simuler le système pour chaque nouveau test aurait un coût de calcul très élevé. Comme l'on verra au chapitre 6, cela est primordial pour la méthode que nous proposons.

9. On doit remarquer, encore une fois, que dans notre problématique la valeur initiale des états du système *après* la commutation est égale à la valeur finale des états *avant* celle-ci.

4.3.1 Évolution des États du Système

Pour un système linéaire, l'évolution des états, si l'on considère $t_0 = 0$, est donnée par [De Larminat, 1996] :

$$x(t) = e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (4.4)$$

On fait l'hypothèse dans cette section que le système est stable : soit naturellement, soit grâce à un régulateur stabilisant. Soient x_{RP} et u_{RP} respectivement les valeurs des états et de la commande en régime permanent pour un point de fonctionnement donné. Si l'on considère que :

$$x_0 = x_{RP} \quad (4.5)$$

$$u = u_{RP} \quad (4.6)$$

A condition que la matrice A soit inversible, le vecteur d'état sera égal à :

$$x_{RP} = -A^{-1}Bu_{RP} \quad (4.7)$$

Cela veut dire que u_{RP} est la valeur de commande qui maintient le système à l'état d'équilibre x_{RP} . Dans ce cas, le système part de l'équilibre à $t = 0$, avec l'entrée de commande nécessaire pour y rester. Cela veut dire qu'aucune variation des états ne sera constatée. Donc, d'après 4.4 :

$$x(t) = e^{At}x_{RP} + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu_{RP}d\tau = x_{RP} \quad \forall t \quad (4.8)$$

L'intégrale est égale à :

$$\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu_{RP}d\tau = x_{RP} - e^{At}x_{RP} \quad (4.9)$$

Donc, si l'on suppose que $u(t) = u_{RP}$ pour tout t , il est possible de réécrire l'équation (4.4) dans l'équation qui suit. Elle sera toujours vérifiée, et cela pour tout x_0 :

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{At}x_0 + x_{RP} - e^{At}x_{RP} \\ x(t) &= e^{At}(x_0 - x_{RP}) + x_{RP} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Si l'on considère que $x_0 = x_{RP} + \Delta x_{RP}$, ce qui représente n'importe quel point de l'espace d'état :

$$x(t) = e^{At}\Delta x_{RP} + x_{RP} \quad (4.11)$$

Finalement, si l'on s'intéresse à la fluctuation autour de la position d'équilibre x_{RP} :

$$x_{autour}(t) = e^{At}\Delta x_{RP} \quad (4.12)$$

Cette fluctuation est créée par les conditions initiales du système, et non pas l'entrée, constante et égale à u_{RP} . Cette équation isole donc la composante de variation qui est liée aux conditions initiales. Et, comme décrit dans l'introduction de cette section, celles-ci peuvent être quelconques.

4.3.2 Fluctuation Autour de la Position d'Équilibre

Dans ce paragraphe l'équation (4.12) est étudiée. C'est l'équation clé de la fonction d'estimation présentée dans cette section. On suppose que la matrice A du système est de rang plein et diagonalisable¹⁰. A partir de cette matrice, soient V le vecteur propre à droite et D une matrice carrée avec les valeurs propres $(p_i, i = 1, \dots, n)$ du système en diagonale. L'exponentielle matricielle peut s'écrire comme [Moler and Van Loan, 1978] :

$$e^A = V \begin{pmatrix} e^{p_1} & & & \\ & e^{p_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{p_n} \end{pmatrix} V^{-1} \quad (4.13)$$

Donc, pour l'exponentielle matricielle de At , les vecteurs propres seront les mêmes alors que les valeurs propres seront multipliées par t . Soit $W = V^{-1}$:

$$e^{At} = V \begin{pmatrix} e^{p_1 t} & & & \\ & e^{p_2 t} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{p_n t} \end{pmatrix} W \quad (4.14)$$

Les matrices V et W peuvent, bien évidemment, être écrites en fonction des composantes des vecteurs propres :

$$e^{At} = \begin{pmatrix} v_{11} & \cdots & \cdots & v_{1n} \\ v_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & \cdots & \cdots & v_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{p_1 t} & & & \\ & e^{p_2 t} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{p_n t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & \cdots & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & \cdots & \cdots & w_{nn} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Chaque terme $k \times j$ de la matrice résultante sera défini par :

$$[e^{At}]_{k,j} = \sum_{i=1}^n v_{ki} w_{ij} e^{p_i t} \quad (4.16)$$

Cette équation sera explorée à la section 4.3.4 pour estimer la variation des états. Avant, le principe de séparation qui amène à cette estimation est décrit.

4.3.3 La Somme des Réponses des Différents Modes Dynamiques

Pour estimer la variation de la tension de sortie, l'influence de chacun des modes pour un vecteur de perturbation Δx_{RP} donné est prise en compte. En revenant à l'équation (4.15), on peut la décomposer de la façon suivante :

10. Le cas pour les 54 000 systèmes étudiés dans ce manuscrit

$$e^{At} = V \begin{pmatrix} e^{p_1 t} & & & \\ & e^{p_2 t} & & \\ & & e^{p_3 t} & \\ & & & \ddots \\ & & & & e^{p_n t} \end{pmatrix} W \quad (4.17)$$

$$e^{At} = V \left(\begin{pmatrix} e^{p_1 t} & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & \ddots \\ & & & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & e^{p_2 t} & & \\ & & e^{p_3 t} & \\ & & & \ddots \\ & & & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & \ddots \\ & & & & e^{p_n t} \end{pmatrix} \right) W \quad (4.18)$$

$$e^{At} = V \underbrace{\begin{pmatrix} e^{p_1 t} & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & \ddots \\ & & & & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Matrice Partielle 1}} W + V \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & & & \\ & e^{p_2 t} & & \\ & & e^{p_3 t} & \\ & & & \ddots \\ & & & & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Matrice Partielle 2}} W + \dots \quad (4.19)$$

On peut donc décomposer la matrice $\exp(\text{diag}(D))$ dans la somme de ses différents modes. Les matrices partielles seront composées seulement d'un élément non nul pour les pôles réels (Matrice 1), et de deux éléments non-nuls pour les modes complexes conjugués (Matrice 2). De cette façon il sera possible d'estimer de façon très précise la variation de la tension de sortie en fonction des conditions initiales.

4.3.4 Analyse des Modes

Le système dynamique (générateur couplé à des charges RLC) présente systématiquement des modes très oscillants, qui sont pour certaines charges naturellement amortis (voir section 4.1.2). Des oscillations très rapides qui sont très amorties représentent des pics de tensions en simulation. Le but de la fonction d'estimation est de mesurer la variation de la tension de sortie, mais sans prendre en compte ce type de phénomène.

Un calcul très simple et direct est donc utilisé pour négliger ce qui se passe dans les tout premiers instants après une commutation. On va négliger ce qui se passe entre $t = 0$ et $t = t_{osc}$, où cet instant $t = t_{osc}$ est ainsi défini :

- Le pôle le plus lent est repéré.
- Tous les autres pôles avec une partie réelle au moins 10 fois plus élevée (en valeur absolue) seront considérés comme des “pôles rapides”.
- Dans le groupe des “pôles rapides” le moins rapide ($p_{moinsrapide}$) est choisi
- t_{osc} est défini pour que $e^{-\text{real}(p_{moinsrapide}) * t_{osc}} = 0.01$. Cela implique un amortissement de 99 % des modes “rapides”. Ce critère peut évidemment être changé pour d'autres valeurs d'amortissement. Donc, pour l'estimation de la sortie, uniquement la réponse après $t = t_{osc}$ sera prise en compte.

Dans tous les systèmes étudiés au long de ces travaux de thèse, il n'y a que deux types de pôles : réels ou complexes avec une composante imaginaire **importante**¹¹. Ces deux classes seront abordées par la suite.

4.3.4.1 Pôles Réels

L'influence d'un pôle réel stable dans la réponse est strictement décroissante. Il est donc simple de la mesurer, la valeur la plus élevée étant celle à $t = t_{osc}$. Donc, l'influence de ces pôles est calculée comme la somme des différents termes liés aux modes réels à l'équation (4.19), multipliés par Δx_{RP} (cf. équation 4.12).

Un exemple sera donné à la section 4.3.5 pour clarifier cette idée.

4.3.4.2 Pôles Complexes avec une Partie Imaginaire Élevée

Le but de la fonction d'estimation décrite dans cette section 4.3 est de prévoir l'amplitude de la tension de sortie après la commutation. Pour des très rapides oscillations, l'influence sur la tension de sortie peut être considérée comme vers les valeurs positives et négatives. Les valeurs maximales et minimales seront les limites de l'oscillation, l'enveloppe du signal. Et c'est cette enveloppe qui sera prise en compte par la fonction d'estimation $F_{\Delta V_{sortie}}(x_d)$.

D'après l'équation (4.19), il est possible de faire la somme de chaque terme lié à des valeurs propres qui composent la sortie. Pour les modes oscillants, chaque paire de pôles complexes conjugués sera considérée ensemble. Inspirés par l'équation (4.16), il est possible de redéfinir chaque terme des matrices partielles. Si juste deux termes de cette matrice sont non-nuls (la paire de pôles complexes), les termes de la matrice résultante seront :

$$[e_{partiel}^{At}]_{k,j} = \sum_{l=i}^{i+1} v_{kl} w_{lj} e^{p_l t} \quad (4.20)$$

$$[e_{partiel}^{At}]_{k,j} = v_{ki} w_{ij} e^{p_i t} + v_{k(i+1)} w_{(i+1)j} e^{p_{(i+1)} t} \quad (4.21)$$

Les modes oscillants sont les i -ème et $(i+1)$ -ème pôles complexes conjugués du système. Une inspection de cette dernière équation révèle que les grandeurs suivantes sont complexes conjuguées :

- v_{ki} et $v_{k(i+1)}$, composantes du vecteur propre
- w_{ij} et $w_{(i+1)j}$, composantes du vecteur propre
- $e^{p_i t}$ et $e^{p_{(i+1)} t}$, les pôles, où $p_i = \alpha_i + j\beta_i$ et $p_{i+1} = \alpha_i - j\beta_i$

Les deux termes de l'équation (4.21) seront complexes conjugués : pour deux nombre complexes, $\overline{p \times q} = \bar{p} \times \bar{q}$. Donc, pour la paire de pôles complexe i et $(i+1)$, soient¹² :

$$v_{ki} w_{ij} = a_{kj} + j b_{kj} \quad (4.22)$$

$$v_{k(i+1)} w_{(i+1)j} = a_{kj} - j b_{kj} \quad (4.23)$$

11. Les pôles complexes ont une partie imaginaire avec un ordre de grandeur au moins deux fois plus élevé que celui des parties réelles.

12. Même si j est utilisé pour un indice et pour l'opérateur complexe, le contexte identifie clairement chacune de ces représentations.

Le terme $[k, j]$ de la matrice partielle $e_{partielle}^{At}$ de l'équation (4.21) sera égal à :

$$[e_{partiel}^{At}]_{k,j} = (a_{kj} + jb_{kj})(e^{(\alpha_i + j\beta_i)t}) + (a_{kj} - jb_{kj})(e^{(\alpha_i - j\beta_i)t}) \quad (4.24)$$

$$[e_{partiel}^{At}]_{k,j} = 2e^{\alpha_i t} (a_{kj} \cos(\beta_i t) - b_{kj} \sin(\beta_i t)) \quad (4.25)$$

Ce qui peut être réécrit, après des transformations trigonométriques, comme :

$$2e^{\alpha_i t} \left(a_{kj} \cos(\beta_i t) + b_{kj} \cos(\beta_i t + \frac{\pi}{2}) \right) = 2e^{\alpha_i t} \sqrt{a_{kj}^2 + b_{kj}^2} \cos(\beta_i t + \phi) \quad (4.26)$$

où $\phi = \text{atan}(\frac{b_{kj}}{a_{kj}})$.

Donc, chaque terme de la matrice $e_{partiel}^{At}$ aura une amplitude maximale et une phase différentes. Si l'on considère l'équation (4.12), le vecteur $x_{autour}(t)$ est le produit de cette matrice par le vecteur Δx_{RP} . Et chaque terme de ce vecteur $x_{autour}(t)$ est le produit de la ligne correspondante de la matrice par le vecteur Δx_{RP} .

Soit l'équation de sortie (3.10), ici rappelée :

$$V_{sortie} = \sqrt{\frac{V_d^2 + V_q^2}{3}} \quad (4.27)$$

Deux composantes de x_{autour} présentent un intérêt, les 8^{eme} et 9^{eme} états, V_d et V_q , projections de la tension de sortie dans le repère dq . Pour le 8^{eme} terme (c'est la même procédure pour le 9^{eme}), en utilisant la partie gauche de l'équation (4.26) on obtient¹³ :

$$x_{8 \text{ autour}}(t) = \sum_{j=1}^9 \left(\left(2e^{\alpha_i t} \left(a_{8j} \cos(\beta_i t) + b_{8j} \cos(\beta_i t + \frac{\pi}{2}) \right) \right) x_{\Delta j} \right) \quad (4.28)$$

$$x_{8 \text{ autour}}(t) = 2e^{\alpha_i t} \left[\left(\overbrace{\sum_{j=1}^9 a_{8j} x_{\Delta j} \cos(\beta_i t)}^{a_T} \right) + \left(\overbrace{\sum_{j=1}^9 b_{8j} x_{\Delta j} \cos(\beta_i t + \frac{\pi}{2})}^{b_T} \right) \right] \quad (4.29)$$

Ce qui est le cas déjà décrit par la partie gauche de l'équation (4.26) :

$$2e^{\alpha_i t} \left(a_T \cos(\beta_i t) + b_T \cos(\beta_i t + \frac{\pi}{2}) \right) = 2e^{\alpha_i t} \sqrt{a_T^2 + b_T^2} \cos(\beta_i t + \phi) \quad (4.30)$$

où, comme avant, $\phi = \text{atan}(\frac{b_T}{a_T})$. Même si seulement l'amplitude nous intéresse.

Comme décrit précédemment : l'idée principale de cette analyse est de pouvoir estimer l'influence de chacune des paires de pôles complexes sur la tension de sortie à l'instant $t = t_{osc}$. Comme les oscillations considérées sont très rapides¹⁴, l'influence autour de cet instant se produit vers les valeurs négatives et positives autour de la valeur d'équilibre : c'est l'enveloppe du signal. L'exemple de la section suivante clarifiera cette idée.

Finalement, comme le système est stable et nous avons choisi de ne pas prendre en compte les variations entre $t = 0$ et $t = t_{osc}$ ¹⁵, l'influence à l'instant $t = t_{osc}$ est la plus importante après la commutation.

13. Ce calcul sera fait pour chacun des modes complexes présents dans le système

14. Toujours le cas pour les systèmes considérés

15. Comme discuté dans cette section, pendant les tout premiers instants des dynamiques très amorties sont

4.3.5 Exemple d'Application de la Fonction d'Estimation

Cet exemple illustre la procédure décrite dans cette section. C'est un exemple académique, et les valeurs ne correspondent pas à une situation réelle : le but est de mieux illustrer la procédure. Considérons une commutation de charge où les valeurs de régime permanent pour le système *après* la commutation sont ¹⁶ :

$$x_{8RP} = V_{d\ RP} = -200V \quad (4.31)$$

$$x_{9RP} = V_{q\ RP} = -860V \quad (4.32)$$

Tous les modes liés aux 9 pôles seront pris en compte par la procédure à $t = t_{osc}$. Par contre, par simplicité, dans cet exemple, on considère juste que 3 modes ont une influence sur la sortie après $t = t_{osc}$: 1 pôle réel et 2 paires de pôles complexes, et que à $t = t_{osc}$ l'influence des autres 4 pôles peut être négligée.

Avec la procédure décrite, à partir de l'équation (4.19), considérons les valeurs calculées à l'aide de $t = t_{osc}$, décrit au début de la section 4.3.4, et son voisinage pour les pôles complexes conjugués :

4.3.5.1 Pôle Réel

L'influence des pôles réels est bien définie, et c'est une fonction strictement décroissante avec le temps. Donc, la valeur calculée pour l'influence est celle à $t = t_{osc}$. Par exemple, prenons :

$$x_{8\ autour\ pr}(t) = +50 \quad (4.33)$$

$$x_{9\ autour\ pr}(t) = -100 \quad (4.34)$$

4.3.5.2 Paire de Pôles Complexes 1

Comme les pôles complexes oscillent avec une haute fréquence, on s'intéresse à l'enveloppe du signal, les oscillations étant très rapides (on le voit par exemple sur les figures 4.2 et 4.3). Prenons, pour cet exemple, les valeurs suivantes pour l'influence de ces paire de pôles autour des valeurs d'équilibre :

$$x_{8\ autour\ pc1}(t) = \pm 30 \quad (4.35)$$

$$x_{9\ autour\ pc1}(t) = \pm 200 \quad (4.36)$$

4.3.5.3 Paire de Pôles Complexes 2

Pour cette deuxième paire de pôles, prenons les valeurs suivantes pour l'influence autour des valeurs d'équilibre :

présentes. Elles peuvent créer des pics locaux de tension, et nous ne voulons pas prendre en compte ces pics lors de l'estimation.

16. Les valeurs ont été arrondies par simplicité, normalement $\sqrt{V_d^2 + V_q^2} = 880$

$$x_{8 \text{ autour } pc2}(t) = \pm 80 \quad (4.37)$$

$$x_{9 \text{ autour } pc2}(t) = \pm 50 \quad (4.38)$$

4.3.5.4 Variation Globale Autour des États d'Équilibre

La variation globale est simplement la somme des valeurs précédentes :

$$x_{8 \text{ autour}}(t) = +50 \pm 30 \pm 80 = +50 \pm 110 \quad (4.39)$$

$$x_{9 \text{ autour}}(t) = -100 \pm 200 \pm 50 = -100 \pm 250 \quad (4.40)$$

Donc, $x_{8 \text{ autour}}(t)$ oscillera entre -60 et + 160 Volts, et $x_{9 \text{ autour}}(t)$ oscillera entre -350 et +150 Volts autour de la position d'équilibre.

4.3.5.5 Variation de la Tension de Sortie

La valeur des états est égale au régime permanent plus la valeur “autour” (équation (4.12)). Il est donc simple de déduire que :

$$x_8(t) = -200 + x_{8 \text{ autour}}(t) = -150 \pm 110 \quad (4.41)$$

$$x_9(t) = -860 + x_{9 \text{ autour}}(t) = -960 \pm 250 \quad (4.42)$$

Donc, $x_8(t)$ oscillera entre -260 et -40 Volts, et $x_9(t)$ entre -1210 et -710 Volts. L'équation de sortie 3.10 étant :

$$V_{\text{sortie}} = \sqrt{\frac{V_d^2 + V_q^2}{3}}$$

il est donc possible de connaître très précisément les bornes de variation pour la tension. On considère les cas extrêmes :

$$V_{\text{out haut}} = \sqrt{\frac{1210^2 + 260^2}{3}} = 714.53 \text{ V} \quad (4.43)$$

$$V_{\text{out bas}} = \sqrt{\frac{710^2 + 40^2}{3}} = 410.56 \text{ V} \quad (4.44)$$

La figure 4.4 illustre le calcul effectué par la fonction d'estimation pour cet exemple, où la ligne rouge représente l'instant t_{osc} . Comme décrit précédemment, les oscillations très rapidement amorties présentes dans cette figure ne sont pas prises en compte pour le calcul du résultat.

Finalement : la sortie fluctuera entre -98 V et + 206 V autour de la valeur nominale de 508 V. Le résultat de la fonction d'estimation $F_{\Delta V_{\text{sortie}}}(x_d)$ pour une valeur initiale donnée x_d sera la plus grande valeur absolue de la variation, dans ce cas, 206 V.

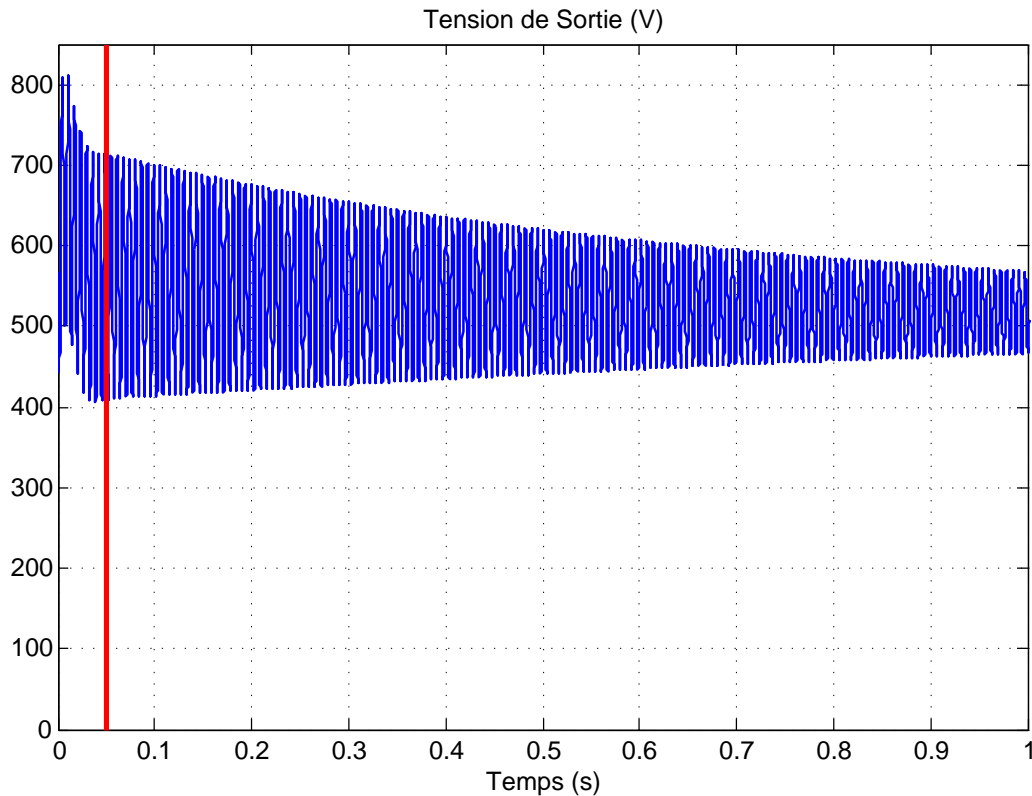


FIGURE 4.4 – La tension de sortie pour une entrée de commande constante et des conditions initiales données

4.3.5.6 Précision de l'Estimation

Aucune approximation n'est faite pour le développement de cette fonction : son résultat est donc absolument fiable. Par contre, il représente une borne, qui ne sera peut être pas vérifiée pour les systèmes lors des simulations. V_d et V_q oscilleront à une très haute fréquence, mais leurs valeurs maximales et minimales peuvent ne pas être en phase. Dans cette situation, le résultat de la fonction sera plus large que les valeurs mesurées en simulation.

Quoiqu'il en soit, l'expérience montre que cette fonction est très précise, et cela même pour les cas où plusieurs modes influent sur la sortie.

4.4 Considérations Finales

Dans ce chapitre une analyse complète des modèles dynamiques utilisés a été présentée. Les charges sont classifiées, et la perspective d'une commande intelligente basée sur ce principe est discutée.

Deux stratégies pour prédire le comportement du système lors d'une commutation ont été présentées. La première, qualitative, permet de dire si un changement de charge se passera bien ou pas. C'est une mesure très utile pour une analyse rapide de la commutation. La deuxième mesure l'influence des conditions finales *avant* la commutation sur le système d'après. L'hypothèse que le système est en régime permanent à l'instant de la commutation

est relaxée.

Jusqu'à ce point, aucune commande n'a été mise en place pour le système. Les analyses se font purement sur des caractéristiques intrinsèques au système, et toujours en boucle ouverte. C'est avec ces outils que l'on sera en mesure de proposer une commande adaptée aux réseaux électriques embarqués. C'est le sujet de la suite de ce manuscrit.

Deuxième partie

La Commande des Réseaux Électriques

Chapitre 5

Tour d'Horizon sur la Commande des Réseaux Électriques

Ce chapitre introduit la problématique de la **commande** des réseaux électriques embarqués. C'est un chapitre préalable à la présentation de l'apport de cette thèse à ce domaine : un rapide tour d'horizon des techniques existantes est présenté.

D'un point de vue structurel, la régulation de la tension de sortie d'un système électrique est souvent organisée dans une hiérarchie à trois niveaux [Rebours et al., 2007] : commande primaire, secondaire et tertiaire. La commande primaire est un système local qui régule la tension d'un bus, ou celle au niveau du stator dans le cas d'une unité génératrice. Les régulateurs automatiques de tension, ou *Automatic Voltage Regulators* (AVR) sont responsables de cette tâche pour les génératrices. D'autres composants, comme des compensateurs de tension statiques peuvent également faire partie de la commande primaire. La commande secondaire est un système centralisé automatique qui s'occupe de la coordination des régulateurs locaux. La commande tertiaire est l'optimisation manuelle des flux de puissance réactive dans le système électrique.

Dans ce manuscrit des techniques pour la commande primaire sont développées : les régulateurs commandent la tension d'une installation locale. Les systèmes embarqués ne sont pas connectés à des réseaux, donc les commandes secondaires et tertiaires n'existent même pas. Cependant, cette classification est importante d'un point de vue bibliographique : les techniques utilisées pour la commande primaire dans un système électrique de grande puissance peuvent également être utiles pour les systèmes embarqués.

Ce chapitre explore des techniques employées dans la littérature, et des références sont données pour une vision globale de la problématique. Quatre stratégies de commande différentes sont discutées, et une mise en perspective de la commande proposée au chapitre 6 par rapport à celles existantes est présentée à la section 5.5.

Sommaire

5.1	Commande Linéaire	63
5.2	Commande Prédictive	65
5.3	Commande Anticipative	67
5.4	Commande à Gains Programmés	69
5.5	Considérations Finales	76

5.1 Commande Linéaire

Des techniques linéaires classiques sont souvent utilisées pour la commande des réseaux électriques. Le récent papier [Mouni et al., 2009] décrit une application de la commande H_∞ pour un alternateur couplé à des charges, dans le cadre d'une application navale. Le but de ce papier, la base de cette section, est de proposer une alternative aux résultats des commandes classiques, obtenus avec les régulateurs PID.

Le modèle utilisé dans [Mouni et al., 2009] pour l'alternateur est celui décrit au chapitre 3 de ce manuscrit. En outre, l'hypothèse d'une fréquence électrique constante est également adoptée pour la synthèse de lois de commande. La charge est représentée comme un circuit RL, et une charge interne inductive est également considérée. Cela amène le modèle global à un système du 7^{eme} ordre. C'est une modélisation intermédiaire entre celles du 5^{eme} et 9^{eme} ordre présentées aux sections 3.2 et 3.3.

5.1.1 Technique Utilisée

Le problème de la commande H_∞ , basée sur la minimisation d'une norme, est déjà classique et bien établi depuis les années quatre-vingt (voir l'article [Zames, 1981]). Soit le problème standard classique, décrit sur la figure 5.1, extraite de [Mouni et al., 2009].

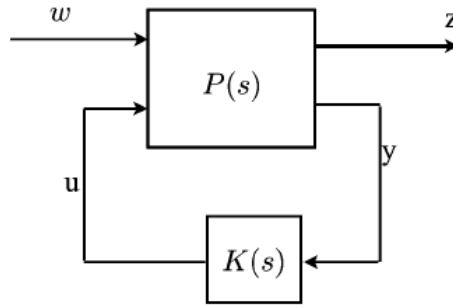


FIGURE 5.1 – Le problème standard H_∞

Dans ce schéma w est un vecteur d'entrées exogènes, composé de références et de perturbations, $K(s)$ est le régulateur, z est la sortie commandée, y la sortie mesurée du système et u l'entrée de commande. Le système $P(s)$ est supposé linéaire et invariant dans le temps (un LTI). D'après ces signaux, le modèle en boucle ouverte du système peut être décrit par [Mouni et al., 2009] :

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

On peut donc écrire le transfert entre z et les entrées exogènes w . Comme $u = Ky$, à partir de (5.1), on a :

$$z = P_{11}w + P_{12}Ky \quad (5.2)$$

Comme :

$$y = P_{21}w + P_{22}u = P_{21}w + P_{22}Ky \quad (5.3)$$

donc :

$$y = (I - P_{22}K)^{-1} P_{21}w \quad (5.4)$$

et enfin, le transfert est donné par :

$$T_{zw} = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1} P_{21} \quad (5.5)$$

C'est à partir de ce transfert que se développe la résolution du problème.

5.1.2 Résolution

Le problème d'optimisation H_∞ est donc défini comme suit [Mouni et al., 2009] : trouver un régulateur stabilisant $K(s)$ tel que la boucle fermée de w à z ait une norme H_∞ inférieure à une borne pré-définie γ :

$$\|T_{zw}(s)\|_\infty \prec \gamma \quad (5.6)$$

Par la suite, considérons la représentation d'état générale du système, définie comme :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_w & B_u \\ C_z & D_{zw} & D_z \\ C_y & D_w & D_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Pour la résolution du problème de commande H_∞ on suppose, d'abord, que le système est stabilisable et détectable. La solution adoptée dans [Mouni et al., 2009] utilise des équations de Riccati, et on suppose également que :

- $n_z \geq n_u$: le nombre de sorties commandées est au moins égal au nombre d'entrées de commande
- La matrice :

$$\begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_u \\ C_z & D_{yu} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

est de rang plein pour tout $\omega \in \mathbb{R}$. Cela assure que la fonction de transfert entre le vecteur d'entrées de commande et la sortie commandée du système ne présente pas de zéros sur l'axe imaginaire.

- La matrice :

$$\begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_w \\ C_y & D_{yw} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

est de rang plein pour tout $\omega \in \mathbb{R}$. C'est une hypothèse semblable à la précédente : le transfert entre le vecteur d'entrée exogènes et les sorties n'a pas de zéros sur l'axe imaginaire.

Le régulateur est alors obtenu à partir du théorème suivant [Doyle et al., 1989] :

Théorème 5.1.1. *Synthèse d'un Régulateur H_∞*

Il existe un régulateur H_∞ tel que $\|T_{zw}(s)\|_\infty \prec \gamma$ si les conditions suivantes sont vérifiées :

1. *Il existe une matrice semi-définie positive X_∞ telle que :*

$$X_\infty A + A^T X_\infty + X_\infty (\gamma^{-2} B_w B_w^T - B_u B_u^T) X_\infty + C_z^T C_z = 0 \quad (5.10)$$

2. Il existe une matrice semi-définie positive Y_∞ telle que :

$$Y_\infty A^T + AY_\infty + Y_\infty \left(\gamma^{-2} C_z^T C_z - C_y^T C_y \right) Y_\infty + B_w B_w^T = 0 \quad (5.11)$$

3. $\rho(X_\infty, Y_\infty) \prec \gamma^2$ où $\rho(\cdot)$ représente le rayon spectral.

Si ces conditions sont vérifiées, le régulateur est donné par :

$$K := \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

où

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2} B_w B_w^T X_\infty + B_u F_\infty + Z_\infty L_\infty C_y \quad (5.13)$$

$$F_\infty = -B_u^T X_\infty \quad (5.14)$$

$$L_\infty = Y_\infty C_y^T \quad (5.15)$$

$$Z_\infty = \left(I_n - \gamma^{-2} X_\infty Y_\infty \right)^{-1} \quad (5.16)$$

Pour le calcul du régulateur, des fonctions de pondération sont utilisées pour améliorer les performances obtenues. Le régulateur final est enfin obtenu avec une réduction de modèle. C'est une façon de faciliter l'implantation de cette stratégie, pour que le régulateur obtenu ait un ordre inférieur à celui du modèle et des pondérations combinés.

5.1.3 Résultats

Le but de cette section est de décrire la procédure de commande employée. On ne discutera donc pas les détails des résultats. Des courbes obtenues pour un benchmark expérimental sont présentées dans [Mouni et al., 2009]. En effet, l'asservissement pour des commutations de charge est plus satisfaisant que celui obtenu avec des PID, classiquement utilisés. L'intérêt de la discussion de ce papier repose sur ce fait : il y a encore de la place pour le développement de commandes intelligentes pour les réseaux électriques embarqués.

Une autre application de techniques "classiques" pour les réseaux électriques, décrite par les mêmes auteurs, se trouve dans [Mouni et al., 2007]. Dans cet article la présentation du problème est très proche de celle qui vient d'être décrite. Cependant, plutôt que des résultats de la commande H_∞ , des régulateurs à *Modes Glissants* [Utkin, 1993] sont utilisés.

5.2 Commande Prédictive

La commande prédictive est une approche très utilisée pour les réseaux électriques, et une définition très pertinente se trouve dans [Attia et al., 2006]. Les schémas de commande prédictives calculent pour chaque période d'échantillonnage une séquence de commande optimale en boucle ouverte (dans le sens d'une fonction de coût). La commande optimale ainsi calculée est appliquée jusqu'à l'instant d'échantillonnage suivant. A l'instant suivant, le problème entier est reconsidéré dans un horizon qui évolue et cette procédure est répétée indéfiniment.

De nombreuses applications de la commande prédictive existent dans la littérature, comme par exemple dans [Attia et al., 2006] et [Duran et al., 2009]. Pour illustrer l'application de ce

concept pour les réseaux électriques, un article récent, proposé par Hu et al. [Hu et al., 2009], sera brièvement détaillé. Cela est utile pour qu'une mise en perspective de la commande décrite au chapitre 6 soit possible.

5.2.1 Commande Prédictive pour une Génératrice Éolienne Autonome

Les systèmes à turbines à vent, ou éoliennes, sont de plus en plus populaires de nos jours. Les génératrices autonomes, où *Stand-Alone Turbines*, sont une alternative très intéressante pour amener de l'énergie à des zones éloignées, où un système de grande puissance n'est pas disponible. Asservir la tension de ce type de réseau local est une problématique proche de celle traitée dans ce manuscrit. Dans cette sous-section, on ne rentrera pas dans tous les détails techniques, mais une vision globale de la problématique décrite dans [Hu et al., 2009] sera donnée.

Une turbine éolienne doit faire face à une énergie primaire variable, qui dépend, bien évidemment, de l'intensité du vent. Classiquement, une turbine à vent se compose de générateurs, générateurs d'urgence, batteries, charges de lissage et de convertisseurs. Les générateurs d'urgence peuvent être négligés si les bancs de batteries peuvent fournir assez d'énergie pendant des périodes où les générateurs ne fonctionnent pas. La figure 5.2, extraite de [Hu et al., 2009], illustre cette topologie.

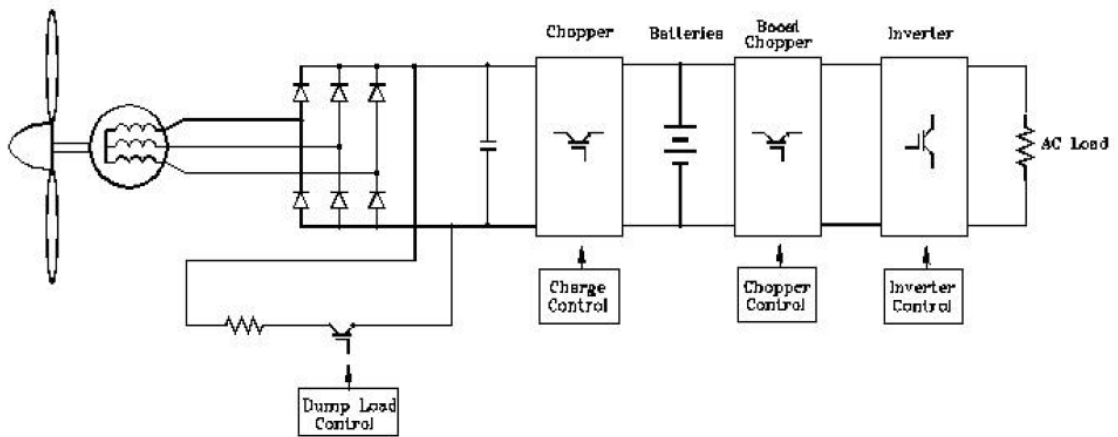


FIGURE 5.2 – Schéma d'une turbine éolienne autonome

Dans ce système les batteries accumulent de l'énergie si la demande est inférieure à la production, et en fournissent dans le cas contraire. Le but de l'article [Hu et al., 2009] est d'asservir l'amplitude de la tension de sortie. Pour cela, une technique à modulation de largeur d'impulsion (*Pulse Width Modulation* ou PWM) est utilisée.

La figure 5.3, extraite de [Hu et al., 2009] montre le schéma de commande proposé pour ce système. La commande mise en place est un simple PI, dont la sortie sera exprimée par :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + u(t_0) \quad (5.17)$$

qui n'est autre que la formule classique d'un PI à laquelle on ajoute la sortie du compensateur en *feedforward*, le terme $u(t_0)$. Cette expression doit être adaptée pour l'utilisation d'un régulateur numérique. La transformation discrète sera donnée par [Hu et al., 2009] :

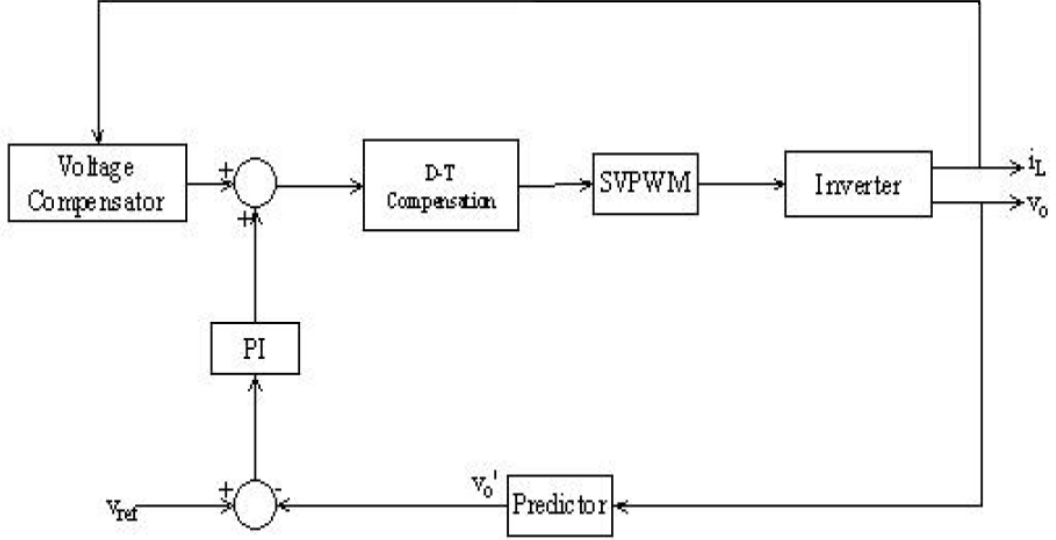


FIGURE 5.3 – Schéma de commande proposé : un régulateur PI avec de la commande prédictive, et un compensateur de tension

$$u(k) = K_p e(k) + K_i T \sum_{j=0}^n e(j) + u_0 \quad (5.18)$$

où T est la période d'échantillonnage.

L'idée de la commande prédictive est la suivante : pour chaque période, la tension de sortie du convertisseur v_0 est mesurée. Une prédiction de tension v'_0 est donc calculée pour la prochaine période de la PWM. L'erreur entre v'_0 et la tension de référence sera traitée par un régulateur PI. Cette valeur de commande, ajoutée à la sortie u_0 d'un compensateur de tension en *feedforward* est la valeur nécessaire pour la période suivante. L'apport de la commande prédictive est donc dans l'estimation de l'erreur de tension.

Des courbes obtenues à partir de simulations et d'un benchmark expérimental sont présentées dans [Hu et al., 2009]. En effet, le régulateur proposé dans ce papier présente un apport par rapport à un régulateur PI classique : comme l'implantation du régulateur est discrète, la prévision de la valeur de la tension de sortie pour l'instant d'échantillonnage suivant améliore les performances.

Une discussion plus approfondie sera présentée à la section 5.5 : le but de ce paragraphe était de décrire la méthodologie pour qu'une mise en perspective soit effectuée par rapport à celle proposé au chapitre 6.

5.3 Commande Anticipative

Dans cette thèse, comme décrit au chapitre 6, nous proposons une stratégie de commande *anticipative*. Telle que nous la présentons, cela nous semble original par rapport à ce qui se fait actuellement. Cependant, des stratégies semblables existent dans la littérature pour les réseaux électriques.

Dans le cadre de ce manuscrit, le mot *anticipation* est utilisé pour signifier une commande qui “prévoit” des événements que peut subir le système. Et avec cette prévision, la commande fait en sorte d’éviter des problèmes ou de préparer le système pour ces événements. Cette idée sera clarifiée au chapitre 6. Les exemples de commande donnés par la suite s’approchent de cette définition.

Ce type de commande *anticipative* se trouve dans la littérature notamment dans ce qui concerne le concept de *Under Voltage Load Shedding - UVLS*, ou déconnexion de charges à basse tension. Cette stratégie peut être utilisée pour éviter des *black-outs* dans un réseau électrique. Elle peut également être employée pour aider un système à revenir à la tension nominale lorsque cette récupération est considérée trop lente.

- L’article [Halpin et al., 2008] propose une stratégie pour un réseau électrique de grande puissance. Dans cet article l’amplitude de la tension et sa dérivée sont mesurées en temps réel. Ces grandeurs sont utilisées pour prévoir le temps de récupération nécessaire, dans le cas d’une défaillance, pour que la tension revienne à sa valeur nominale. Cette estimation peut être effectuée simplement avec une approximation linéaire, comme montré à la figure 5.4, extraite de [Halpin et al., 2008]. Un temps de récupération trop long peut créer des problèmes dans les réseaux, tels que pertes de génération, ou des *black-outs*.

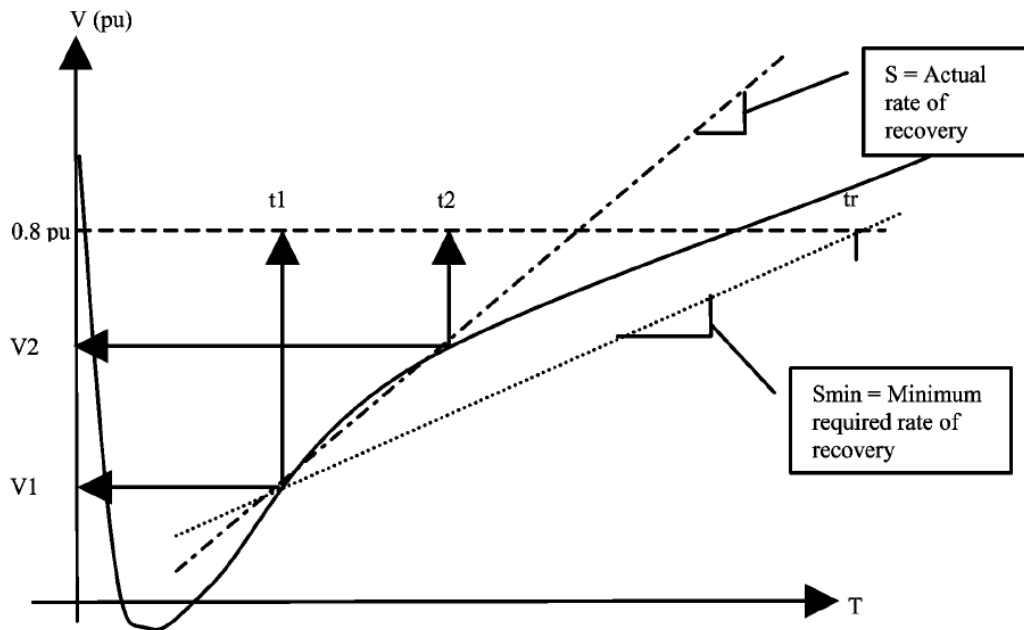


FIGURE 5.4 – Évaluation du temps de récupération de la tension de sortie après un incident

Si ce temps est jugé trop long, des charges seront déconnectées du système, en différentes étapes. L’idée est simple : avec moins de charges, le système aura plus de facilité à revenir à la valeur nominale de tension. Il y a donc l’idée de commande par anticipation : lorsqu’un événement est prévu, la commande fait en sorte de faciliter l’asservissement.

- L’article [Garcia-Valle et al., 2009] adopte une stratégie proche de celle qui vient d’être décrite. Pour améliorer la performance d’un réseau électrique de grande puissance, une stratégie de commande locale et distribuée est proposée. Cet article vise à améliorer la performance de la commande sur des courtes périodes de temps (juste après un incident

par exemple).

Une des propositions concerne des charges thermiques, comme les réfrigérateurs, les blocs frigorifiques, les chauffe eau, etc. Ces charges peuvent en effet accumuler de l'énergie. Cette énergie a une grande inertie (des minutes, voir des heures). Cette observation peut donc être utilisée pour faciliter la commande du système : pendant de courtes périodes de temps ces charges peuvent être déconnectées. La commande est facilitée avec moins de charges, et comme ce n'est que pendant quelques minutes, les fonctions des appareils concernés ne seront pas altérées.

- Enfin, une autre approche qui peut être aussi considérée comme “anticipative” est présentée dans [Plavsic and Kuzle, 2009]. Cet article aborde le problème de la commande des réseaux de grande puissance, et du choix optimal des régulateurs. Dans cette application, des données statistiques sont utilisées pour définir le comportement du système avec un jour (ou quelques heures) d'avance. Le but est de minimiser les coûts de génération d'énergie et de minimiser les pertes de transmission.

5.4 Commande à Gains Programmés

Depuis le début des années 90, on remarque un intérêt croissant pour les techniques à Gains Programmés (ou *Gain Scheduling*) au sein de la communauté scientifique. Des premiers travaux de Shamma [Shamma and Athan, 1990] à nos jours, un très grand nombre de papiers aborde cette thématique. Ces techniques sont particulièrement appréciées dans des applications industrielles non-linéaires, surtout grâce à la facilité d'implantation.

La principale synthèse sur les commandes à Gains Programmés est celle proposée par Rugh et Shamma [Rugh and Shamma, 2000]. Un point de vue alternatif pour le sujet est trouvé dans les travaux de Leith et Leithead [Leith and Leithead, 2000]. Comme ces papiers datent de l'an 2000, dans ce paragraphe des références plus récentes sont également traitées.

L'idée générale des commandes à Gains Programmés est très simple. Elle consiste à synthétiser un régulateur qui évolue en fonction du modèle du système qui varie au cours du temps. Le régulateur à Gains Programmés a une entrée de plus que les régulateurs “classiques” : un paramètre, mono ou multidimensionnel, qui décrit des phases d'évolution du système. Il peut représenter la vitesse du vent sur un avion, l'état de mer pour un navire, etc ¹.

Les commandes à Gains Programmés exploitent le fait que les trajectoires des paramètres considérées pour l'évolution du modèle ne sont pas connues *a priori* (cas LTV ²), mais mesurables à tout instant. Elles peuvent alors être utilisées pour modifier le régulateur en temps réel.

Les principaux avantages de cette technique sont [Rugh and Shamma, 2000] :

- L'utilisation d'outils linéaires pour des problèmes non-linéaires.
- Le peu de conditions imposées aux modèles. Elle peut même être utilisée en cas d'absence complète d'un modèle analytique, avec seulement des données relevées sur le comportement du système. Dans ce cas il n'y aura pas de preuve de stabilité et des simulations seront nécessaires.
- La synthèse garde l'intuition linéaire.

1. Dans nos travaux ce vecteur sera composé par les caractéristiques des charges du réseau électrique, comme décrit au chapitre 3.

2. Linear Time Varying

- La complexité numérique est souvent moins importante que celle du cas non-linéaire

Cependant un des inconvénients est le fait de ne pas toujours avoir des preuves de stabilité et de performance, et souvent des simulations sont nécessaires pour l'évaluation de la stabilité. Cependant, cela n'est pas le cas pour des situations particulières, comme une "variation lente" des paramètres, un changement unique de ces paramètres, etc.

Un exemple de méthodologie pour la synthèse d'un régulateur à Gains Programmés se trouve dans [Rugh and Shamma, 2000] : elle peut être réduite à quatre étapes. C'est une des visions de la procédure de synthèse d'un régulateur à Gains Programmés, qui est assez explicative. Ces quatre étapes sont :

- La première est l'obtention d'un modèle Linéaire à Paramètre Variant (LPV). On peut l'obtenir avec une *Linéarisation Jacobienne* autour d'une famille de points d'équilibres par exemple. Une discussion à ce propos est présentée à la section 2.1.
- La deuxième consiste à utiliser des méthodes linéaires pour la synthèse de régulateurs pour les systèmes "gelés" issus du modèle LPV.
- La troisième est le *Gain Scheduling* proprement dit : le calcul d'un régulateur global. Celui-ci utilise une stratégie donnée pour lier les régulateurs locaux.
- La dernière étape est l'analyse des systèmes locaux en boucle fermée et des simulations pour le système global. Des analyses pour le système global fondées sur des critères de Lyapunov et performance H_2 ou H_∞ , ou encore d'autres, sont également possibles.

Comme l'article date de l'an 2000, il y a évidemment eu des avancées, surtout sur le dernier point. Il est aujourd'hui possible de faire une analyse globale de performance et stabilité de façon formelle, même si cela peut s'avérer complexe.

On peut remarquer que, "vues de loin", les trois dernières étapes peuvent être regroupées dans une seule, dans le cas d'une synthèse qui prend déjà en compte les critères de stabilité et de performance. Dans ces cas, la procédure se réduit alors à deux étapes : trouver le modèle LPV et faire la synthèse directement.

La définition de ce qu'est le *Gain Scheduling*, ou les commandes à Gains Programmés, est tout de même un peu floue : un technicien qui change les réglages d'un régulateur en opération utilise le concept des Gains Programmés. On tient à remarquer qu'il existe d'autres approches en plus de celle présentée dans cette section. Par exemple il y a des techniques complètement *Ad Hoc* pour lesquelles il n'y a pas de modèle LPV. Il y a tout simplement des régulateurs qui sont commutés en fonction des points de fonctionnement. Cela ne correspond pas aux étapes décrites ci-avant, mais reste du *Gain Scheduling*.

Des discussions plus approfondies à ces sujets ont été publiées dans [Kvieska et al., 2008] et [Kvieska et al., 2009a].

5.4.1 Applications des Commandes à Gains Programmés

De très nombreuses applications pratiques des commandes à Gains Programmés sont trouvées dans la littérature. Des premières contributions (comme [Ibrahim et al., 1989]) à nos jours, des grandes avancées ont été effectuées. Dans ce paragraphe quelques exemples d'application des commandes à Gains Programmés sont donnés. Comme l'on peut remarquer, des domaines complètement différents sont couverts par ces techniques. Cela montre l'intérêt pratique de nos recherches, et montre également la "puissance" de ce type de méthode, qui

est très répandue dans le monde industriel.

L'article [Wu and Dong, 2006] donne un exemple d'application pour la commande de direction d'un navire. Un exemple très intéressant d'un bras robotique ("Direct Drive Manipulator") est trouvé dans [Yu et al., 2004]. Ce bras doit être commandé pour suivre le contour du pare-brise (*windshield*) d'une voiture. Ce papier est très complet, dans le sens où des comparaisons précises entre les régulateurs proposés et ceux disponibles dans la littérature sont présentées.

Le problème de *surge and stall* pour les compresseurs est abordé dans [Giarre et al., 2006]. La modélisation LPV est discutée, ainsi que la synthèse d'une loi de commande à Gains Programmés adaptée au problème. L'article [Poussot-Vassal et al., 2008] décrit également la modélisation LPV et la synthèse de régulateurs à Gains Programmés. Il aborde la problématique du réglage automatique de suspensions automobiles.

L'article [Clement et al., 2005] aborde le problème de la synthèse d'un pilote automatique pour un véhicule de lancement aérospatiale. L'approche est un peu différente de celles classiquement utilisées pour les commandes à Gains Programmés, étant donné que pour ce système les trajectoires des paramètres sont connues *a priori* (on parle alors de LTV plutôt que LPV). De toute façon, des techniques à Gains Programmés sont employées, notamment en ce qui concerne la synthèse de plusieurs régulateurs et l'obtention d'un régulateur unique global par interpolation.

Dans [Yeom, 2009] est présentée une commande à Gains Programmés basée sur des régulateurs à avance / retard de phase. Le régulateur global est obtenu par la simple interpolation des régulateurs locaux obtenus. Une preuve de stabilité basée sur les systèmes incertains est présentée, et les résultats de performance sont très satisfaisants.

Finalement, l'article [Segura et al., 2009] présente une application des commandes à Gains Programmés pour des systèmes électriques hybrides. C'est un problème très appliqué, où des systèmes avec des piles à combustible et des bancs de batteries sont considérés. Des régulateurs qui évoluent en fonction du point de fonctionnement sont utilisés pour la commande. Des preuves théoriques ne sont pas présentées, mais un banc d'essai montre que les résultats sont satisfaisants. Ce papier illustre parfaitement la problématique actuelle des commandes à Gains Programmés : des applications très performantes et utilisées en industrie qui n'ont pas forcément de justification théorique.

Après cette petite liste non exhaustive d'applications, deux approches récentes de la commande de réseaux électriques navals sont présentées plus en détail.

5.4.2 Variation des Gains d'un Régulateur PID

L'article [Lee et al., 2007] est détaillé dans cette section : il présente une stratégie de commande à Gains Programmés pour un alternateur à courant alternatif d'un navire. C'est une problématique qui est donc très proche de celle traitée dans cette thèse. Ce papier propose un régulateur PID à Gains Programmés. Même si des méthodes de commandes différentes sont étudiées pour le système d'excitation, les régulateurs PID restent les plus populaires dans les applications industrielles.

Un choix pertinent des gains de ce type de régulateur est très difficile pour toute la plage de fonctionnement d'un système de génération électrique. Les gains élevés sont adaptés aux réponses rapides, mais des oscillations peuvent se présenter. Dans l'autre sens, des gains faibles sont intéressants pour le régime permanent, où il n'y a pas de variation brusque, mais

la réponse dynamique lors d'une commutation n'est pas adaptée.

Une solution intéressante, consiste à faire varier les gains utilisés. Le régulateur exposé dans cette section présente des gains qui évoluent en fonction de la tension de sortie et des courants des charges.

La figure 5.5, extraite de [Lee et al., 2007], montre la topologie utilisée dans ce papier pour la commande d'un générateur électrique naval. Elle se décompose en trois blocs principaux :

- Un régulateur de tension, l'*Automatic Voltage Regulator - AVR*.
- La sortie du régulateur est connectée à l'enroulement du système d'excitation.
- La sortie du système d'excitation est connectée au générateur AC.

La tension terminale du système global est donc commandée par le courant d'excitation, qui est la sortie de l'AVR³. Les dynamiques des systèmes d'excitation automatiques, les AVR, sont étudiées dans [Kwon et al., 1999].

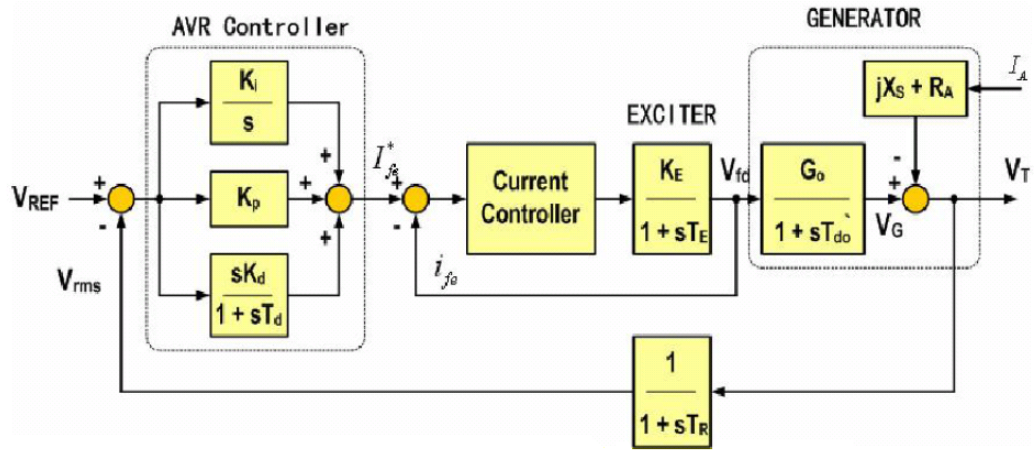


FIGURE 5.5 – Générateur AC en boucle avec un régulateur PID

C'est le système de régulation de tension, l'AVR qui commandera le courant d'excitation. Ses performances dépendront, bien évidemment, des gains du régulateur. La fonction de transfert de ce régulateur n'est que le simple transfert d'un régulateur PID, avec les gains proportionnel, intégral et dérivé :

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d}{1 + sT_d} s \quad (5.19)$$

La figure 5.6, extraite de [Lee et al., 2007], montre le schéma proposée pour la variation des gains du régulateur. La structure est la même que celle d'un régulateur PID conventionnel : de cette façon l'implantation de la technique est facilitée.

Le gain K_d de la partie dérivée du régulateur est fixe, dû à la difficulté de ce réglage ainsi que de son influence sur la stabilité du système. Les gains des parties proportionnelle et intégrale du régulateur seront compris entre K_{p1} , K_{p2} et K_{i1} , K_{i2} , définis par l'utilisateur.

3. En termes du modèle présenté au chapitre 3, ce courant correspond à I_f . Mais à la place de ce courant, dans ce manuscrit c'est la tension d'excitation V_f l'entrée de commande. Ce n'est qu'une autre façon de commander la tension de sortie, la grandeur d'intérêt. De toute façon, le modèle décrit dans ce papier n'est pas le même que celui utilisé dans ce manuscrit.

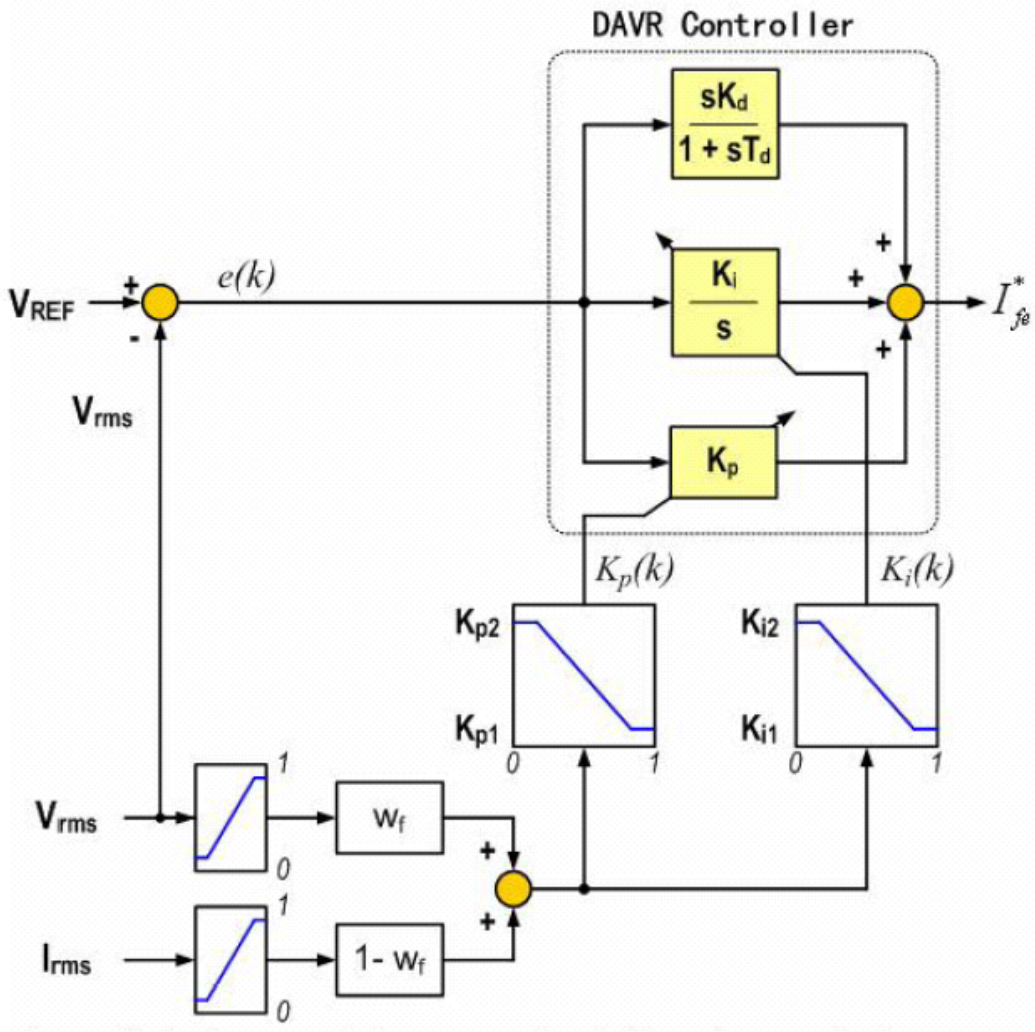


FIGURE 5.6 – Schéma de la variation des gains du régulateur à Gains Programmés

Les valeurs RMS des grandeurs mesurées (tension et courant) sont normalisées, et ensuite les paramètres sont choisis. Les gains sont une fonction linéaire des valeurs normalisées : 0 correspond à la borne inférieure et 1 correspond à la borne supérieure. Le coefficient w_f règle les influences pondérées de chacune de ces grandeurs.

Un régulateur numérique est utilisé (*Digital Automatic Voltage Regulator*), et pour chaque période d'échantillonnage les gains sont ajustés. Une table de ces gains est calculée hors-ligne et sera consultée par le régulateur en opération. Cette table est définie pour que les gains élevés soient choisis pour des faibles charges et des grands écarts de tension. Les gains des régulateurs sont donc simplement donnés par [Lee et al., 2007] :

$$k_f = w_f \cdot \text{norm}(V_{RMS}) + (1 - w_f) \cdot \text{norm}(I_{RMS}) \quad (5.20)$$

$$K_p(k) = \text{func}(K_{p2}, K_{p1}, k_f) \quad (5.21)$$

$$K_i(k) = \text{func}(K_{i2}, K_{i1}, k_f) \quad (5.22)$$

où les fonctions “func” sont des simples interpolations linéaires, comme décrit à la figure 5.6. Des résultats expérimentaux sont également présentés dans [Lee et al., 2007], et la performance est, en effet, assez satisfaisante.

La technique décrite dans cette stratégie a l'avantage évident de la simplicité d'implantation. En plus de cela, en utilisant un régulateur PID, l'intuition linéaire est gardée : un technicien peut le régler facilement. Cependant, elle n'explore pas assez le potentiel des commandes à Gains Programmés. Les gains sont définis comme une simple interpolation linéaire, alors qu'ils pourraient être définis pour chaque situation particulière sur la base d'un critère. Le fait que le gain K_d de la partie dérivée ne change pas est également un degré de liberté non exploité.

Ce papier illustre d'une façon très claire l'utilisation des commandes à Gains Programmés pour les réseaux électriques. La performance peut être améliorée, mais pour des raisons de simplicité, les régulateurs PID sont encore employés de façon prioritaire. Et cela même si d'autres techniques de commande peuvent présenter de meilleurs résultats.

5.4.3 Régulateur RST à Gains Programmés

Dans le cadre de notre projet, décrit à la section 1.2, des travaux à propos de la commande à Gains Programmés pour les réseaux électriques ont déjà été effectués. Cette première approche, développée dans la thèse de L. Abdeljalil [Abdeljalil, 2006], est détaillée dans ce paragraphe.

Dans ces travaux les réseaux électriques sont commandés par des régulateurs RST à Gains Programmés. Des régulateurs RST mettent en place une stratégie de placement de pôles robuste [De Larminat, 1996], qui s'apparente à une commande modale par retour d'état. Les trois polynômes, R , S et T sont calculés pour obtenir les spécifications de commande désirées. Comme décrit dans [De Larminat, 1996], au travers de deux paramètres, l'horizon de filtrage et l'horizon de commande, il est possible de fixer les dynamiques de l'observateur et du retour d'état. La figure 5.7 illustre une topologie de commande RST classique.

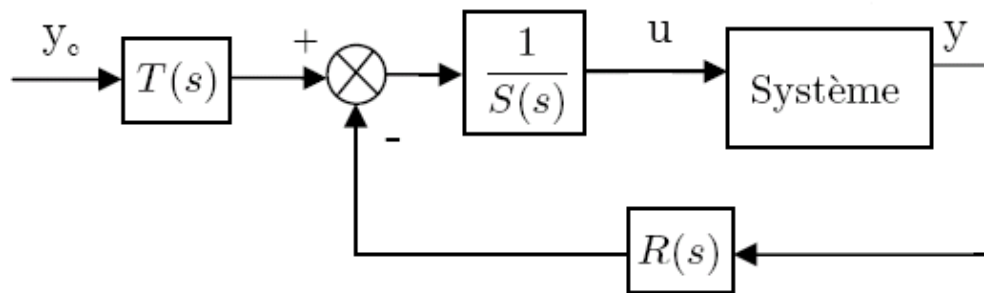


FIGURE 5.7 – Schéma de Commande RST

Cette topologie est utilisée pour commander le réseau électrique embarqué, représenté dans la figure 5.7 par le bloc “Système”. Le modèle utilisé pour le réseau électrique est celui décrit dans ce manuscrit à la section 3.2 : un alternateur couplé à des charges RL. Comme discuté à la section 4.1.2, toutes ces charges font partie du groupe “Charges avec des Dynamiques du Premier Ordre”. Des régulateurs simples sont donc suffisants pour les commander.

Les valeurs des paramètres R_{charge} et L_{charge} sont déduites en fonction du point de fonctionnement où se trouve le système. Ce dernier est obtenu à partir des paramètres mesurés en temps-réel : la tension de sortie V_0 , la fréquence de rotation ω_0 , ainsi que les puissances actives et réactives P et Q .

Pour diminuer le temps de calcul des régulateurs utilisés en temps-réel, la variation des paramètres des régulateurs est étudiée. De cette façon, il est possible de créer des tables hors-ligne avant la simulation des systèmes, et les consulter lorsque ces derniers sont en fonctionnement. L'organigramme de la figure 5.8, extrait de [Abdeljalil, 2006], illustre cette idée.

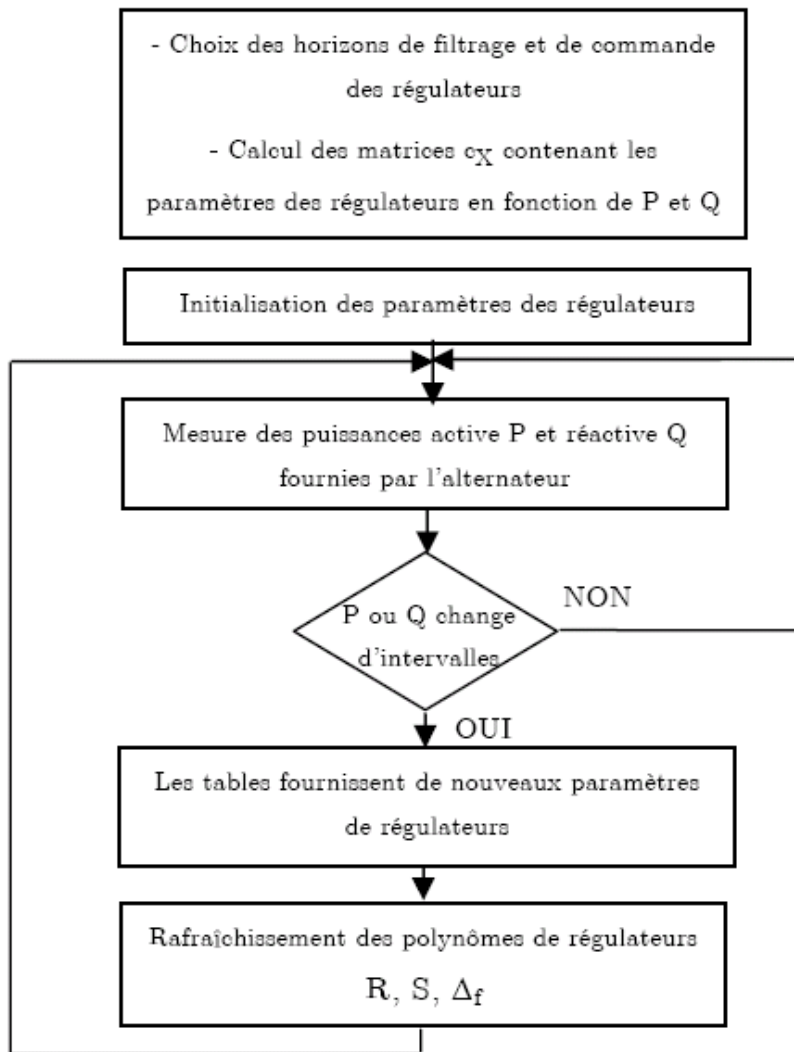


FIGURE 5.8 – Organigramme de variation des coefficients d'un régulateur RST

L'étude menée dans ce manuscrit est plus générale que celle précédemment entreprise. Cela est dû principalement à deux hypothèses adoptées dans [Abdeljalil, 2006] :

1. Les changements de charges sont modélisés comme des rampes, plutôt qu'au travers d'échelons (cf. chapitre 6), qui représenteraient des commutations.

2. Le modèle dynamique utilisé (l'alternateur couplé à une charge RL) représente un spectre moins important de charges que celui utilisé dans ce manuscrit.

La première condition mène naturellement le réseau à des changements de charges plus “doux”. Comme l'on a pu voir à la section 4.2, à propos de la *Distance de Charge*, la réponse dynamique du système *après* la commutation dépendra de l'éloignement des régimes permanents des deux charges. Une solution pour que les variations de tension soient plus faibles consiste à faire des changements de charge intermédiaires. En faisant un changement de charge graduel continu, la tension de sortie aura donc une variation qui sera beaucoup plus faible que celle vérifiée pour une commutation. Dans ce manuscrit nous traitons un cas qui est donc plus abrupt, et donc plus difficile à commander.

La deuxième raison, à propos du modèle du réseau électrique, a déjà été discutée aux chapitres 3 et 4. Au chapitre 3 nous avons pu montrer que le modèle d'un alternateur couplé à des charges RL ne peut pas représenter tous les comportements du réseau électrique. Un modèle pour des configurations plus larges est donc utilisé dans ce manuscrit. Au chapitre 4 nous avons également montré que tous les systèmes obtenus avec des charge RL font partie du groupe “Charges avec des Dynamiques du Premier Ordre” de la *Distribution des Charges* montrée à la figure 4.1. Pour ce groupe de charges un régulateur à Gains Programmés n'est en effet pas nécessaire, ce qui corrobore la conclusion trouvée dans [Abdeljalil, 2006].

Dans la section suivante une discussion compare les différentes approches présentées dans ce chapitre à celle qui est proposée dans la suite de ce manuscrit.

5.5 Considérations Finales : Mise en Perspective de la Commande Présentée au Chapitre 6

Le chapitre 6 propose une commande anticipative à gains programmés. L'idée de cette commande est de préparer le système avant une commutation de charge. Au moment de la commutation le système est dans une situation plus favorable, d'où la dénomination *anticipative*. De cette façon, la tâche de ramener la tension du système à la valeur nominale est facilitée. Et comme le modèle du réseau électrique évolue après une commutation de charge, des régulateurs différents sont calculés pour chaque charge. Par rapport aux commandes discutées dans ce chapitre, plusieurs remarques doivent être faites.

D'abord, la section 5.1 met en évidence que les stratégies de commande utilisées actuellement pour des réseaux électriques utilisent, souvent, des régulateurs PID. Même des commandes pourtant bien établies, comme le H_∞ , sont peu utilisées. Il y a donc beaucoup de place pour l'amélioration des régulateurs dans ce sens : des techniques plus évoluées peuvent être utilisées. La commande proposée dans ce manuscrit utilise des résultats de commande optimale adaptés au problème précis étudié. C'est une commande qui a beaucoup plus de degrés de liberté qu'un “simple” régulateur PID.

Il est important de noter que la commande proposée dans ce manuscrit ne rentre *pas* dans la catégorie des commandes prédictives. Comme discuté dans la section 5.2, les schémas de commande prédictives s'appliquent à des régulateurs numériques. Pour chaque période d'échantillonnage une séquence de commande optimale en boucle ouverte (dans le sens d'une fonction de coût) est calculée. La commande optimale ainsi calculée est appliquée jusqu'à l'instant d'échantillonnage suivant. A l'instant suivant, le problème entier est reconsidéré dans un horizon qui évolue et cette procédure est répétée indéfiniment.

L'approche proposée dans ce manuscrit n'est pas *prédictive*, mais *anticipative*. La subtilité repose dans le fait que la commande prédictive se sert de la sortie du système pour *prédire* où il sera dans un certain intervalle de temps. La commande *anticipative* ici proposée repose sur des informations supplémentaires pour anticiper un événement que peut subir le système. Des commandes qui utilisent une approche similaire sont discutées dans la section 5.3.

Dans cette section 5.3 l'idée de l'anticipation est utilisée. Prévoir que le système ne retournera pas à temps à son régime permanent, et ensuite utiliser cette information pour déconnecter des charges s'approche de cette idée. Avec moins de charges, il sera plus facile pour le régulateur de ramener le système à cette valeur. Un exemple similaire est proposé pour des charges thermiques.

L'exemple le plus proche de notre idée est celui de prévoir avec un jour d'avance l'évolution d'un système électrique. A partir de données statistiques, il est possible de connaître d'une façon assez précise l'évolution de la consommation électrique à grande échelle avec un jour d'avance. De cette façon, des régulateurs adaptés à chaque situation particulière peuvent être utilisés pour chaque plage horaire. Si la prévision statistique est correcte, cela peut se faire indépendamment de la sortie mesurée. En pratique une boucle fermée est présente pour corriger des erreurs de prévision, tout de même assez petites.

En ce qui concerne les commandes à Gains Programmés, les régulateurs actuellement disponibles, à notre connaissance, n'ont pas un caractère anticipatif. Prenons initialement l'exemple de la section 5.4.2. D'abord, comme mentionné dans le paragraphe précédent, le régulateur utilisé est un PID. Ensuite, l'approche utilisée se sert "uniquement" de la sortie du système pour régler les paramètres du régulateur. Même si cela paraît logique, dans plusieurs applications des informations supplémentaires concernant l'évolution du système sont disponibles. Par exemple, l'imminence de la connexion ou déconnexion d'une charge, ou même des données statistiques sur l'évolution de la consommation électrique au cours d'une journée.

Par rapport à l'étude déjà menée dans le cadre de notre projet, la section 5.4.3 met en évidence l'évolution de la ligne de recherche. Premièrement, des changements de charges abrupts sont considérés. C'est une situation plus difficile à commander : un changement en rampe n'excitera pas forcément les modes oscillants des charges.

Deuxièmement, dans ce manuscrit une modélisation plus complexe est utilisée. Les charges représentées par des circuits RL, comme dans [Abdeljalil, 2006], peuvent modéliser différentes situations. Pour ces situations des régulateurs simples, du type PI, peuvent être utilisés. Cependant ce modèle connaît des limites, comme discuté à la section 3.2.1. Il y a des commutations de charge qui ne peuvent pas être modélisées. Cela est notamment le cas des changements de charge qui présentent des difficultés pour la synthèse de lois de commande. Avec un modèle plus complexe il est donc possible, pour ces situations "problématiques", d'avoir une représentation plus large et plus complète du réseau électrique.

La stratégie de commande proposée dans le chapitre 6 présente donc plusieurs apports aux techniques actuellement utilisées. D'abord, des résultats de commande optimale sont utilisés pour commander des réseaux classiquement commandés par des régulateurs PID. Une topologie de commande à deux degrés de liberté est également proposée, ce qui permet de commander le système de façon anticipative.

L'originalité de la commande proposée réside dans le fait de l'anticipation : le système sera *préparé* pour la commutation. Avant la connexion (ou déconnexion) d'une nouvelle charge, il sera mis dans une situation plus favorable pour celle-ci.

Chapitre 6

Commande Anticipative à Gains Programmés

Ce chapitre propose une stratégie de commande anticipative pour les réseaux électriques. La base de cette idée est simple : dans un système naval, souvent une commutation de charge peut être anticipée. La plupart du temps (des défaillances ne sont pas couvertes par cela), la connexion d'une nouvelle machine ou d'un nouvel appareil vient d'un interrupteur qui peut aussi transmettre cette information à un régulateur.

Cette stratégie emploie des techniques de commande à Gains Programmés, qui seront fonction de la charge alimentée. C'est un régulateur à temps variant construit à partir de résultats provenant de la commande optimale. Deux régulateurs seront calculés pour chaque commutation de charge : un premier qui commandera le système *avant* la commutation et un autre qui le commandera *après*.

Ce chapitre s'organise ainsi : d'abord, l'idée de la commande anticipative sera discutée. On peut mettre le système dans une situation plus favorable à la commutation avant celle-ci. Ensuite, la topologie de la commande utilisée sera présentée. C'est une commande à deux degrés de liberté, où l'action prépondérante ne prendra pas en compte l'équation non-linéaire de sortie du système. Enfin, la commande optimale adoptée sera présentée. Pour régler cette commande plusieurs paramètres doivent être définis, pour la période *avant* et pour la période *après* la commutation. Ces choix seront discutés à la fin de ce chapitre.

Sommaire

6.1	Commande Anticipative : Diviser le Problème	81
6.2	Le Régulateur	82
6.3	Le Choix de l'État Final Désiré Avant la Commutation	89
6.4	Considérations Finales	95

6.1 Commande Anticipative : Diviser le Problème

Dans un réseau électrique embarqué, la tension de sortie doit rester entre $\pm 5\%$ de sa valeur nominale en fonctionnement normal. Lors d'une commutation de charge, pendant deux secondes, la tension de sortie peut fluctuer entre $\pm 20\%$ de sa valeur nominale (plus de détails sont donnés à la section 6.2.2). Classiquement, pour traiter les commutations de charge une approche basée sur le rejet de perturbation est utilisée : le système est en régime permanent, et une commutation se produit. La tension de sortie va dévier de sa valeur nominale, et le régulateur aura donc 2 secondes pour répondre et ramener la tension à nouveau à la bonne valeur.

Notre approche est différente : la commutation sera anticipée. Comme décrit à l'introduction de ce chapitre, dans un système naval, la plupart du temps, pour les charges très consommatrices¹, une commutation de charge peut être prévue. L'interrupteur qui connecte (ou déconnecte) la charge peut également transmettre cette information à un régulateur.

Le but est de “préparer” le système, pour qu’il soit dans un état plus *favorable* au changement de charge. Quand la commutation se produit, plutôt que le régime permanent du système *avant* celle-ci, le régulateur trouvera le système dans un état plus adapté à celle-ci. De cette façon il sera plus facile de ramener le système à la valeur nominale de tension. Le problème de commande peut donc être *divisé* en deux parties, *avant* et *après* la commutation. La figure 6.1 illustre cette idée :

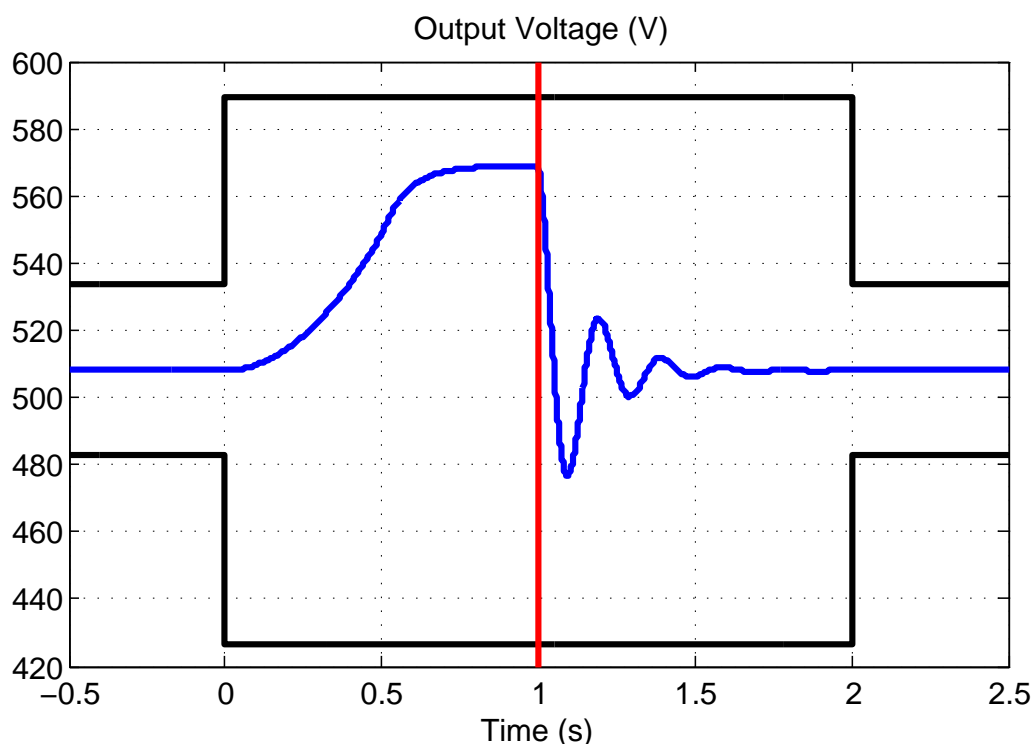


FIGURE 6.1 – Tension de sortie pour une commutation à $t = 1$ seconde

- Les tolérances sont représentées par les lignes noires

1. Par exemple la propulsion, les moteurs d'étrave, etc.

- La tension de phase nominale est de 508 V (cf. chapitre 3)
- Le transitoire va de $t = 0s$ à $t = 2s$
- La commutation de charge se produit à $t = 1s$

Donc, il y a deux périodes clairement définies :

- **De $t = 0s$ à $t = 1s$** : le système est dans la phase *avant* la commutation. La stratégie ici présentée, décrite par la suite, mènera l'état du système à une valeur qui facilitera la commutation. Une commande à temps fini est nécessaire pour cela : le régulateur a exactement 1 seconde pour amener le système à un état intermédiaire. L'idée de cette première moitié de la transition est de “préparer” le système à la commutation.
- **De $t = 1s$ à $t = 2s$** : le système est dans la phase *après* la commutation. Pour cette période une stratégie classique de commande à temps fini peut être employée. Le but est de ramener la tension de sortie à la valeur nominale.

Chacune de ces périodes aura son propre régulateur. Leur structure sera identique, mais les réglages seront différents. Tout au long de ce chapitre, on fait l'hypothèse que le régime permanent du système a été atteint au début de la période transitoire du changement de charge². En d'autres termes, à $t = 0$ (voir la figure 6.1), le système est en régime permanent : il n'y a pas de chevauchement entre les transitoires de deux commutations distinctes.

6.2 Le Régulateur

6.2.1 Topologie de la Commande

La topologie de commande que nous utilisons est montrée à la figure 6.2. Elle se base sur le fait qu'il y ait un modèle du réseau pour chaque charge possible. Il est donc possible de concevoir un signal de commande en boucle fermée sur le modèle, ou encore mieux, sur les équations linéaires d'état (voir équation (3.20)). Ces équations linéaires sont simulées avec un régulateur en boucle fermée, et ce signal est injecté comme une commande boucle-ouverte “feedforward” sur le système réel. C'est la première partie de la commande, représentée par le bloc “Feedforward” sur la figure 6.2.

Ensuite, une boucle fermée, nécessaire pour la stabilité, la régulation et la robustesse est ajoutée. C'est la deuxième partie de la commande représentée par le bloc “Bloc Feedback” sur la figure 6.2. Ce régulateur en boucle fermée peut être un simple PI.

L'action essentielle de cette topologie vient du bloc *feedforward*. Il est montré à la figure 6.3. Ce bloc simule le système, donc les états sont connus. Comme l'équation de sortie (3.10) n'est pas prise en compte pour commander les états, pour chaque configuration donnée, le système est linéaire. La commande obtenue dans cette situation idéale sera donc injectée dans le système réel. Si le modèle de synthèse est parfaitement égal au modèle du système réel, les résultats de simulation seront aussi vérifiés sur ce dernier. Comme cela ne sera évidemment pas le cas, la boucle fermée (le bloc “Feedback”) corrigera la différence.

Ce chapitre s'intéresse à la synthèse et au comportement de ce bloc “feedforward”, qui seront détaillés par la suite. Mais avant cela, un rapide rappel des spécifications de commande est fait dans le paragraphe suivant.

2. Ne pas confondre cette hypothèse avec celle faite précédemment pour la *Distance de Charge*. Dans ce chapitre les états peuvent avoir n'importe quelle valeur à l'instant de commutation. C'est au début de la période *transitoire* que le système doit être en régime permanent.

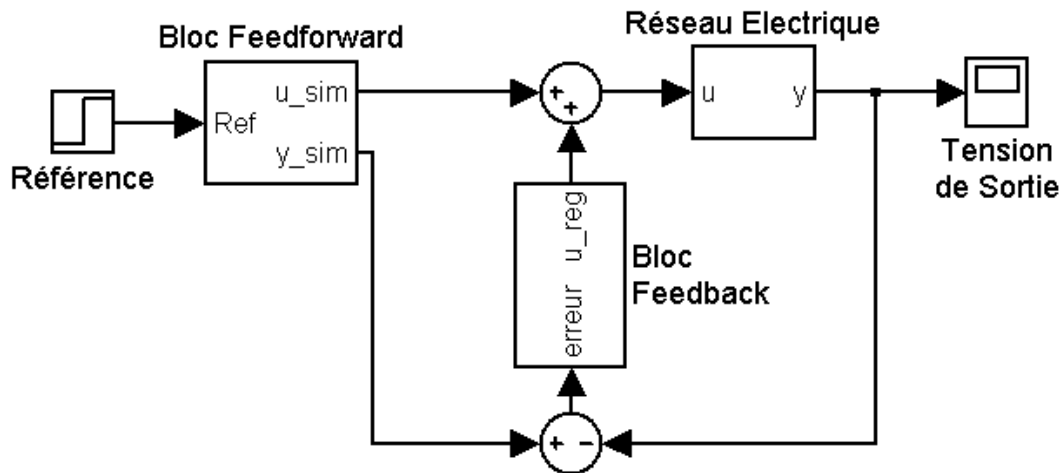


FIGURE 6.2 – Schema de Commande

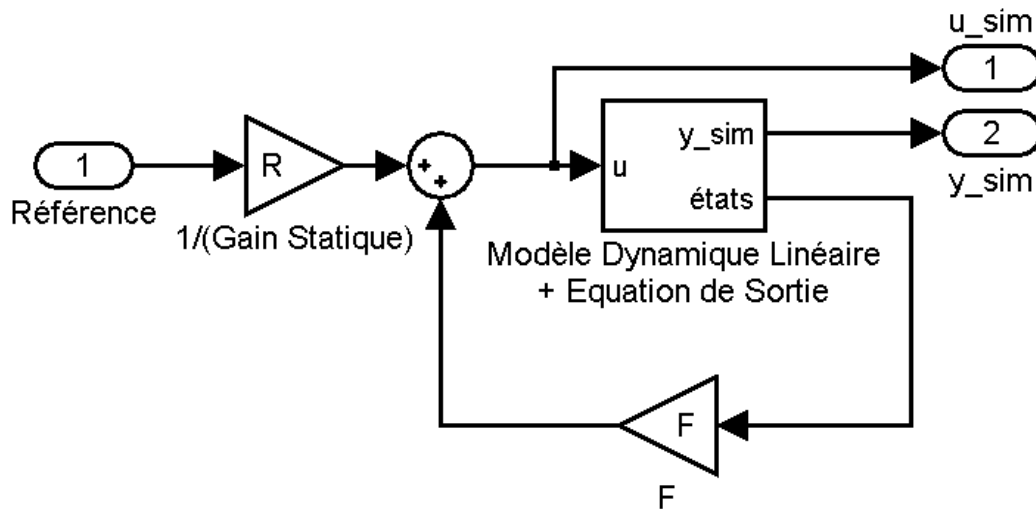


FIGURE 6.3 – Bloc “Feedforward” : c’est une boucle fermée sur les états du modèle

6.2.2 Spécifications de la Commande

Il y a des limites physiques qui doivent être respectées pour définir les spécifications de commande. On remarque qu’il est extrêmement difficile de trouver des documents qui les précisent. Un des rares documents que nous avons trouvés est [NATO, 1994], d’où viennent les spécifications utilisées dans ce manuscrit. D’autres spécifications peuvent également être trouvées dans [China Classification Society, 2006]. Les spécifications sont :

- La tension d’excitation (l’entrée de commande) ne doit pas dépasser 10 fois sa valeur nominale lors d’un changement de charge.
- La tension de sortie ne doit pas aller au-delà de 1.20 ou en dessous de 0.80 fois sa valeur nominale lors d’un changement de charge.
- La tension de sortie ne doit pas aller au-delà de 5 fois ($\cong 2500V$) sa valeur nominale

pendant une “très courte” période, définie comme inférieure à 1 ms.

- La tension de sortie ne doit pas aller au-delà de 1.05 ou en dessous de 0.95 sa valeur nominale en fonctionnement normal.
- Aucun des courants ne doit dépasser 10 fois sa valeur nominale

Une fois les spécifications de commande définies, l'étape suivante est de définir les outils qui seront utilisés. Le paragraphe suivant présente les caractéristiques du régulateur.

6.2.3 Commande Optimale

Comme le système à commander a un ordre élevé, une approche d'état est très adaptée pour la synthèse d'un régulateur. De plus, une stratégie basée purement sur les états permet de ne pas prendre en compte l'équation non-linéaire de sortie³.

Plusieurs stratégies sont possibles. Dans cette thèse nous avons utilisé des techniques de commande optimale. Les conditions décrites dans cette section sont inspirées par celles décrites dans [Lewis, 1986], mais elles ont été généralisées pour s'adapter au problème précis traité ici. Des travaux similaires existent dans la littérature (par exemple dans [Mercère, 2008]), mais nous n'avons pas trouvé dans la littérature le problème avec les conditions exactes qui sont les nôtres.

Pour le régulateur considéré ici, il y a un critère à minimiser :

$$J = \phi(x(T), T) + \int_0^T L(x, u, t) dt \quad (6.1)$$

avec :

$$\phi(x(T), T) = \frac{1}{2} (x(T) - x_d)^T S(T) (x(T) - x_d) \quad (6.2)$$

où

- $x(T)$ est l'état du système à $t = T$
- x_d est la valeur désirée pour l'état du système à $t = T$
- $S(T)$ est une matrice de pondération symétrique définie positive

et

$$L(x, u, t) = \frac{1}{2} (x(t) - x_c)^T Q (x(t) - x_c) + (u(t) - u_c)^T R (u(t) - u_c) \quad (6.3)$$

où

- $x(t)$ est l'état du système
- x_c est une valeur de consigne choisie pour l'état
- Q est une matrice de pondération symétrique semi-définie positive
- $u(t)$ est l'entrée de commande du système, qui est donc la sortie du régulateur
- u_c est une valeur de consigne choisie pour la commande
- R est une matrice de pondération symétrique définie positive

3. Le bloc “Feedforward” simule le système, et donc les états sont accessibles et connus. C'est pour cette raison que l'on n'a pas besoin de l'équation de sortie.

Tous les termes, à l'exception évidemment de $x(t)$ et $u(t)$, sont définis par l'utilisateur. Une discussion sur ces choix est présentée à la section 6.2.5.

L'addition des termes x_d , x_c et u_c permet à l'ingénieur de mieux maîtriser la synthèse des régulateurs. En apportant des degrés de liberté, on peut mieux contraindre la solution. Par contre, la résolution des équations différentielles devient plus complexe.

On peut énoncer ce résultat sous la forme du théorème suivant :

Théorème 6.2.1. *La commande optimale qui minimise le critère :*

$$J = \frac{1}{2} (x(T) - x_d)^T S(T) (x(T) - x_d) + \frac{1}{2} \int_0^T \left((x(t) - x_c)^T Q (x(t) - x_c) + (u(t) - u_c)^T R (u(t) - u_c) \right) dt \quad (6.4)$$

pour un jeu de paramètres $S(T), Q, R, x_d, x_c$ et u_c donné, est décrite par :

$$u(t) = \underbrace{-R^{-1}B^T S(t)x(t)}_{\substack{\text{gain variable} \\ \text{retour d'état}}} + \underbrace{R^{-1}B^T S(t)x_d - R^{-1}B^T K(t) + u_c}_{\text{calcul hors-ligne}} \quad (6.5)$$

où $S(t)$ et $K(t)$ sont des matrices à temps variant, solutions des équations différentielles :

$$-\dot{S} = SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q \quad (6.6)$$

$$\dot{K} = -SAx_d - Qx_d + Qx_c - SBu_c - A^T K + SBR^{-1}B^T K \quad (6.7)$$

La preuve de ce théorème se trouve à l'annexe B. Ce résultat est une réécriture du problème classique de poursuite de trajectoire (*Tracking Problem*) en terme de régulation.

6.2.4 Stabilité des Régulateurs Utilisés pour les deux Périodes

Deux régulateurs seront calculés, un pour la période *avant* la commutation et un autre pour la période *après* celle-ci. Les deux auront la même structure, et la stabilité sur toute la période transitoire est démontrée dans le théorème suivant :

Théorème 6.2.2. *Stabilité de la Boucle Fermée*

Si l'on suppose que :

1. *Le système dynamique est à l'équilibre au début de la période transitoire ($t = 0$ à la figure 6.1)*
2. *Une seule commutation de charge se produit par période transitoire.*
3. *Le système reste avec la même charge tant que l'équilibre n'est pas atteint*

La boucle fermée du système dynamique par la commande proposée est stable.

Démonstration. Cette preuve se divise en deux parties : d'abord on prouve la stabilité pour chacune des périodes, *avant* et *après* la commutation à l'aide du théorème 2.2.4. Ensuite la stabilité globale est démontrée.

– **La Preuve de Stabilité pour chaque Période**

Pour chacune des périodes, *avant* et *après*, la commande en boucle fermée est donnée par l'équation 6.5, ici rappelée :

$$u(t) = -R^{-1}B^T S(t)x(t) + R^{-1}B^T S(t)x_d - R^{-1}B^T K(t) + u_c \quad (6.8)$$

Si l'on écrit l'équation du système en boucle fermée :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (6.9)$$

$$= Ax(t) - BR^{-1}B^T S(t)x(t) + BR^{-1}B^T S(t)x_d - BR^{-1}B^T K(t) + Bu_c \quad (6.10)$$

On arrive à :

$$\dot{x}(t) = \underbrace{\left(A - BR^{-1}B^T S(t)\right)}_{A_f(t)} x(t) + g(t) \quad (6.11)$$

où $g(t)$ est une fonction bornée indépendante de l'évolution des états. La stabilité ne dépend pas de cette fonction, et le système défini par A_f doit être étudié.

On peut considérer que le système décrit par l'équation 6.11 est un système LPV, où le vecteur $\delta(t) = t$. Pour prouver la stabilité pour une période donnée (*avant* ou *après*), on doit prouver la stabilité de ce système LPV.

D'après le théorème 2.2.4, il suffit de trouver une matrice $P(t)$ telle que :

$$P(t) \succ 0 \quad (6.12)$$

$$A_f^T(t)P(t) + P(t)A_f(t) + \frac{dP}{dt} \prec 0 \quad (6.13)$$

Si l'on considère que $P(t) = S(t)$, où la matrice $S(t)$ est la solution de l'équation différentielle de Riccati B.28, ici rappelée :

$$-\dot{S} = SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q \quad (6.14)$$

Comme l'on a supposé que :

- Q est une matrice de pondération symétrique semi-définie positive
- R est une matrice de pondération symétrique définie positive
- $S(T)$ est une matrice de pondération symétrique définie positive

La matrice $S(t)$ est définie positive pour tout instant t . Cette preuve se trouve en différentes références, comme [Gajic et al., 2005] ou [Wilde and Kokotovic, 1972] par exemple. Pour la deuxième condition (équation 6.13) :

$$A_f^T(t(t))S(t(t)) + S(t(t))A_f(t(t)) + \frac{dS}{dt} \prec 0 \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} & \left(A - BR^{-1}B^T S(t) \right)^T S(t) + S(t) \left(A - BR^{-1}B^T S(t) \right) \\ & - S(t)A - A^T S(t) + S(t)BR^{-1}B^T S(t) - Q \prec 0 \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$- S(t)BR^{-1}B^T S(t) - Q \prec 0 \quad (6.17)$$

Cela est forcément vérifiée. D'abord :

- $S(t)$ est définie positive
- R est définie positive, et donc $B^T R^{-1} B$ est définie positive (B étant ici de rang plein)
- La matrice résultante $-S(t)B^T R^{-1} B S(t)$ est donc définie négative

et comme Q est semi-définie positive, $-Q$ est semi-définie négative.

Donc, le régulateur est stable pour une période donnée : *avant* ou *après*.

- La Stabilité du Régulateur Global

Dans le théorème 6.2.2 on a supposé que le système était en équilibre au début de la période transitoire ($t = 0$ à la figure 6.1). On a également supposé qu'aucune commutation supplémentaire ne se produit jusqu'à l'arrivée de ce système à l'équilibre *après* la commutation. Si la commutation de la charge et du régulateur sont synchronisées, comme le régulateur de chaque période est stable, cela implique donc la stabilité globale :

- Entre le début de la période transitoire et la commutation, le système ne change pas. Et dans la section précédente on a prouvé que le régulateur est stable.
- La commutation est modélisée comme étant instantanée. Après celle-ci, le modèle dynamique peut être représenté comme un nouveau système, soumis à des conditions initiales non-nulles (voir chapitre 4). Par hypothèse, ce système ne changera *pas* avant que l'équilibre ne soit atteint. Dans la section précédente on a prouvé que ce système est stable indépendamment des conditions initiales.
- Donc, comme le système est stable *avant* la commutation, stable *après* la commutation, et celle-ci est considérée instantanée, on peut affirmer que le système est stable pour *tout* instant t considéré.

□

Le choix des paramètres est discuté dans la prochaine section.

6.2.5 Stratégie de la Commande : la Construction des deux Régulateurs

Comme décrit précédemment, deux régulateurs seront calculés, un pour la période *avant* la commutation et un autre pour la période *après* celle-ci. Par simplicité, on considère que pour chacune de ces périodes, montrées à la figure 6.1, la variable de temps t du régulateur sera $t_{\text{regulateur}} = 0$ pour le début de la période et $t_{\text{regulateur}} = T$ pour sa fin. De cette façon $t_0 = 0$ dans les deux périodes, et les résultats de la section précédente peuvent être utilisés de la même façon.

Il y a trois termes “principaux” dans la fonction objectif (6.4), rappelée ici :

$$J = \frac{1}{2} (x(T) - x_d)^T S(T) (x(T) - x_d) + \frac{1}{2} \int_0^T \left((x(t) - x_c)^T Q (x(t) - x_c) + (u(t) - u_c)^T R (u(t) - u_c) \right) dt \quad (6.18)$$

- Le premier est lié à la valeur finale de l'état à $t = T$ que l'on souhaite aussi proche que possible de x_d .
- Le deuxième est lié à l'énergie de la variation des états autour de x_c .
- Le troisième est lié à l'énergie de la variation de la sortie du régulateur autour de u_c .

Au total, pour les deux périodes, 12 paramètres doivent être choisis. Les 6 paramètres de l'équation (6.4), décrits à la section 6.2.3 : $S(T)$, Q , R , x_c , x_d , u_c pour le régulateur qui sera utilisé *avant* la commutation, et les mêmes 6 paramètres pour le régulateur qui sera utilisé *après* la commutation.

Dans cette section les choix de ces paramètres seront discutés en détail. On remarque que la synthèse du régulateur est faite avec les matrices d'état du système. Donc, même si des paramètres identiques sont choisis pour les périodes *avant* et *après* la commutation, les régulateurs seront différents. En effet, les matrices d'état pour deux charges différentes ne sont pas les mêmes.

Une discussion à ce propos est présentée dans cette section. Cette discussion sera l'introduction du problème présenté à la section 6.3.

6.2.5.1 Le Choix des Paramètres *Après* la Commutation

Même si cela ne paraît pas logique, la discussion pour le régulateur utilisé *après* la commutation est plus simple, et donc présentée en premier. Parmi les six paramètres, il y a trois matrices de pondération ($S(T)$, Q , R) et trois variables physiques (x_c , x_d , u_c) :

- $S(T)$, Q , R : le choix de ces trois coefficients est un problème classique pour la synthèse de régulateurs. Les trois sont liés à des aspects physiques du système, ce qui permet à l'ingénieur de régler rapidement et simplement le régulateur.
- x_c and u_c : Les valeurs de consigne (les références) pour l'état et le signal de commande. La différence entre ces valeurs et celles présentées par le système en opération seront intégrées entre $t = 0$ et $t = T$. Étant donné que le but est de ramener le système à son régime permanent, le choix ici est très simple : x_c et u_c sont respectivement la valeur de régime permanent de l'état et de la commande pour le système *après* commutation.
- x_d : L'état désiré à $t = T$. Comme le but est de ramener le système à son régime permanent, comme décrit précédemment, ce choix est très simple. Il doit être l'état de régime permanent pour le système *après* la commutation. Donc, $x_d = x_c = x_{RP}$

6.2.5.2 Le Choix des Paramètres *Avant* la Commutation

Le choix des paramètres avant la commutation est une tâche beaucoup plus délicate :

- $S(T)$, Q , R : les commentaires du paragraphe précédent s'appliquent ici.
- u_c : le choix de u_c n'est pas très difficile. Si l'on veut que la commande soit la plus faible possible, $u_c = 0$ est le choix logique. Si l'entrée de commande ne doit pas s'éloigner des valeurs de régime permanent (*d'avant* ou *d'après* la commutation), choisir une de ces

valeurs est aussi possible. Nous choisissons habituellement la valeur de la commande en régime permanent *avant* la commutation pour u_c . L'expérience nous montre que ce choix évite que le système oscille, même s'il ne contribue pas à préparer le système pour la commutation.

- x_c : le choix de x_c est plus délicat, ce paramètre ayant une grande influence sur le comportement du système. Si *avant* la commutation on ne veut pas beaucoup de déviation des valeurs de régime permanent, on doit choisir $x_c = x_{RP}$. C'est le choix que nous faisons habituellement. Même si cela ne contribue pas à préparer le système pour la commutation, ce choix assure que le système oscillera le moins possible avant d'aller à l'état x_d à $t = T$. Un mauvais choix pour ce coefficient serait de prendre des états qui ne sont *pas* des états d'équilibre. L'entrée de commande essaierait de garder le système le plus proche possible de ces valeurs. Cependant, cela n'est pas possible d'une façon permanente et le système oscillerait, ce qui n'est pas un comportement désiré.

Le dernier paramètre qui doit être choisi est x_d . Ce choix est beaucoup plus dur qu'il n'y paraît, et c'est le sujet de la prochaine section.

6.3 Le Choix de l'État Final Désiré Avant la Commutation

Le choix le plus dur pour la synthèse des régulateurs proposés est celui de x_d , l'état désiré à $t = T$, pour la période *avant* la commutation. Ce choix est fondamentalement différent de celui de x_c . Comme le terme de l'équation (6.4) lié à x_c est à l'intérieur de l'intégrale, il doit être un état d'équilibre. Cela est logique : le système ne peut pas rester à un état qui n'est pas à l'équilibre sans oscillation. Par contre, le terme lié à x_d est l'état final à $t = T$, et peut donc avoir n'importe quelle valeur dans l'espace d'état, y compris des états qui ne sont pas à l'équilibre : x_d est un état de transition.

Un premier choix intuitif pour x_d serait le régime permanent des états *après* la commutation. Cependant, l'expérience montre qu'il crée des commandes très oscillantes à fortes amplitudes (cf. exemple 6.3.1). Cela est lié au fait que ce choix aboutit à une commande qui excite des modes très oscillants du système. Dans l'espace d'état de dimension neuf il est très difficile de chercher un bon candidat pour x_d sans une méthodologie bien définie.

La méthodologie proposée ici consistera, dans un premier temps, à rechercher une commande en boucle ouverte issue d'une optimisation visant à atteindre un état x_d tel que :

1. La commande nécessaire pour l'atteindre soit d'amplitude minimale.
2. La variation de tension de sortie *après* la commutation qui résultera de ce choix de valeurs initiales pour la phase *après* commutation soit minimum.

Dans un deuxième temps, on cherchera à réaliser en boucle fermée cette commande issue d'une étude en boucle ouverte. Cette dernière nous donnera des indices à propos de la commande en boucle fermée qui sera appliquée au système à la fin de la procédure de synthèse.

6.3.1 La Commande Optimale en Boucle-Ouverte

Le problème du choix de x_d *avant* la commutation peut être ainsi défini : compte tenu des restrictions sur le signal de commande, quel est le "meilleur" état final *avant* la commutation ?

L'idée de cette section est simple : étudier l'influence du choix de l'état final désiré x_d sur la commande calculée pour le système *avant* la commutation. Il est donc nécessaire d'être en

mesure d'étudier cette influence de façon indépendante des autres paramètres de l'équation critère (6.4) de la commande optimale.

La commande en boucle-ouverte à énergie minimale qui amène un système de x_0 à $t = 0$ à x_d à $t = T$, définie dans [Lewis, 1986] sera utilisée pour cette étude :

Proposition 6.3.1. *Étude de la Boucle Ouverte à Énergie Minimale pour le Choix de x_d*

L'influence du choix de x_d dans le comportement de la commande en boucle fermée définie par l'équation (6.5) peut être isolée. Pour connaître l'amplitude et l'allure dynamique induites dans la boucle fermée par ce choix, il suffit de simuler la commande à énergie minimale en boucle ouverte :

$$u^*(t, x_0, x_d) = R^{-1} B^T e^{A^T(T-t)} W_c^{-1}(T) [x_d - e^{AT} x_0] \quad (6.19)$$

pour $t_0 = 0$, avec le Grammien partiel de commandabilité défini comme :

$$W_c(T) = \int_0^T e^{A(T-\tau)} B R^{-1} B^T e^{A^T(T-\tau)} d\tau \quad (6.20)$$

Démonstration. Nous voulons prouver que la boucle-ouverte donne des informations à propos de la boucle fermée. Cette preuve est très simple. Si l'on part de l'équation (6.4), ici rappelée :

$$J = \frac{1}{2} (x(T) - x_d)^T S(T) (x(T) - x_d) + \frac{1}{2} \int_0^T \left((x(t) - x_c)^T Q (x(t) - x_c) + (u(t) - u_c)^T R (u(t) - u_c) \right) dt$$

Il y a deux façons de démontrer cette proposition : la première est de montrer formellement que l'équation (6.5) tend vers l'équation (6.19) si $S(T) \rightarrow \infty$. Mais il est plus simple de redéfinir le problème en reformulant le critère à minimiser.

Si $S(T)$ est très grand, $x(T)$ sera très proche de x_d : la méthode minimise ce terme du critère, pour qu'il reste borné. A la limite, $x(T) = x_d$. Donc, si l'on sait que $x(T) = x_d$, on a le problème de commande optimale pour un état final fixé⁴.

Si le problème est à état final fixé, il est redondant d'écrire le premier terme, ici rappelé :

$$\frac{1}{2} (x(T) - x_d)^T S(T) (x(T) - x_d) \quad (6.21)$$

dans le critère. Ensuite, si l'on suppose que $Q \rightarrow 0$, $x_c = 0$ et $u_c = 0$, l'influence de ces paramètres n'est pas prise en compte. Le critère se réduit donc à :

$$J(0) = \frac{1}{2} \int_0^T u(t)^T R u(t) dt \quad (6.22)$$

Et ce critère est celui qui aboutit à une commande en boucle ouverte à énergie minimale pour une valeur fixée de l'état final. C'est l'expression (6.19) présentée dans cette proposition, et cette commande, pour un x_0 donné, ne dépendra que de x_d .

Cette commande en boucle ouverte nous donne des indices sur le comportement de la boucle fermée qui sera utilisée. Cela est logique : cette commande n'est autre que la limite de

4. Dans ce cas, l'équation B.13, en annexe, est automatiquement satisfaite : $dT = dx(T) = 0$, et la résolution pour trouver la commande est beaucoup plus simple.

la commande en boucle fermée lorsqu'on force l'état final à être exactement x_d et qu'on ne minimise que l'énergie de la commande.

□

Comme cette commande est basée sur le Grammien de commandabilité, elle existe pour x_0 et x_d arbitraires si et seulement si $|W_c(T)| \neq 0$. Cela implique que le système (A, B) est commandable [Lewis, 1986], ce qui est le cas de tous les systèmes étudiés.

On doit noter que cette commande en boucle ouverte n'est *pas* une commande cible désirée pour le système en boucle fermée. Comme déjà discuté, son objectif est de quantifier l'influence du choix de x_d dans la boucle fermée finale.

Pour illustrer la difficulté du choix de x_d , l'exemple suivant met en avant le comportement du système pour un choix intuitif de ce paramètre.

Exemple 6.3.1. Le choix intuitif de x_d

Dans cet exemple on présente une commutation de charge inspirée d'une situation décrite par un partenaire industriel (DCNS). Le changement entre les charges A et B modélise un problème de commande pour lequel des difficultés sont rencontrées. Avant la commutation, le but est de préparer le système pour la transition. Un choix intuitif pour la valeur de x_d avant la commutation est le régime permanent de la charge B, la charge après la commutation. En effet si le système est déjà à son régime permanent à l'instant de commutation, il n'y a aucune fluctuation autour de la tension nominale.

La charge A est définie, basée sur le modèle de la section 3.3 par :

- $R_{charge} = 0.3\Omega$, $L_{charge} = 0.8mH$, $C_{charge} = 1.2mF$
- Puissance Active = 63.18 %
- Facteur de Puissance = 0.84

Le vecteur d'état pour le régime permanent de la charge A est :

$$X_{RP}^A = \begin{pmatrix} -2064.30 \\ 296.22 \\ -890.64 \\ -149.03 \\ 219.61 \\ 0 \\ 0 \\ -395.45 \\ -786.01 \end{pmatrix} \quad (6.23)$$

La charge B est définie par :

- $R_{charge} = 0.018\Omega$, $L_{charge} = 0.3mH$, $C_{charge} = 1.2mF$
- Puissance Active = 63.18 %
- Facteur de Puissance = 0.20

Cette charge consomme la même puissance active, mais le facteur de puissance est beaucoup plus faible. Cette commutation de charge modélise la connexion d'une charge très inductive.

Le vecteur d'état pour le régime permanent de la charge B est :

$$X_{RP}^B = \begin{pmatrix} -8933.76 \\ 327.76 \\ -374.04 \\ -50.24 \\ 747.98 \\ 0 \\ 0 \\ -133.31 \\ -869.72 \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

Donc, comme décrit au début de cet exemple, un choix intuitif pour x_d , l'état final avant la commutation, est $x_d = X_{RP}^B$. La figure 6.4 montre la tension de sortie et la commande du système.

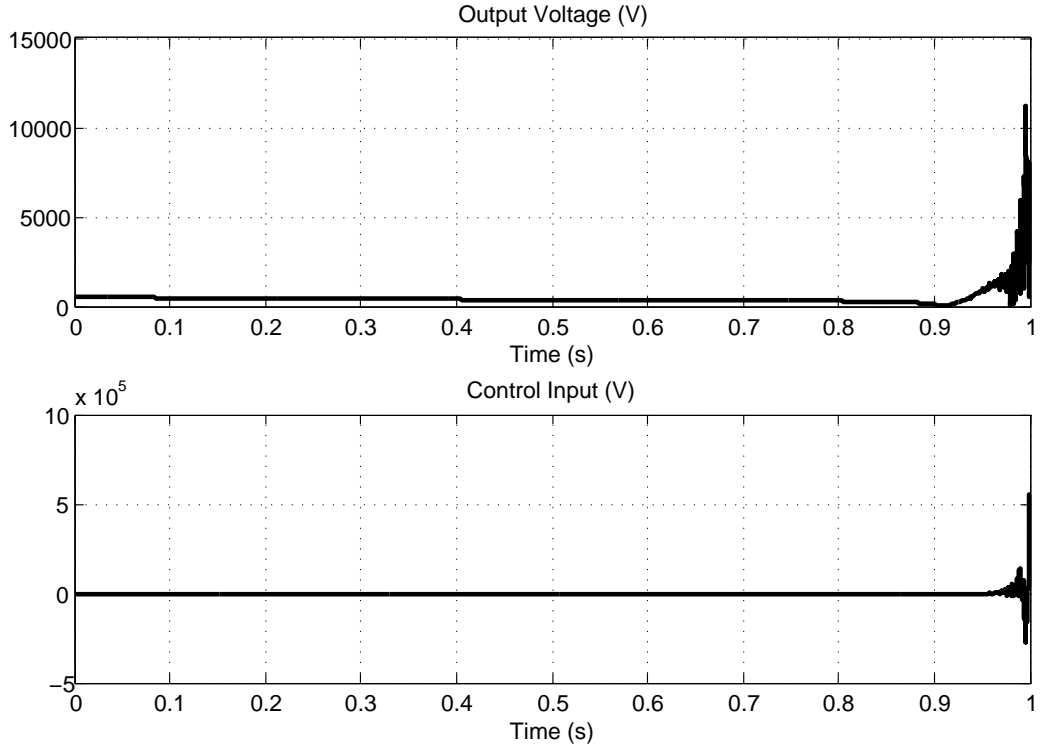


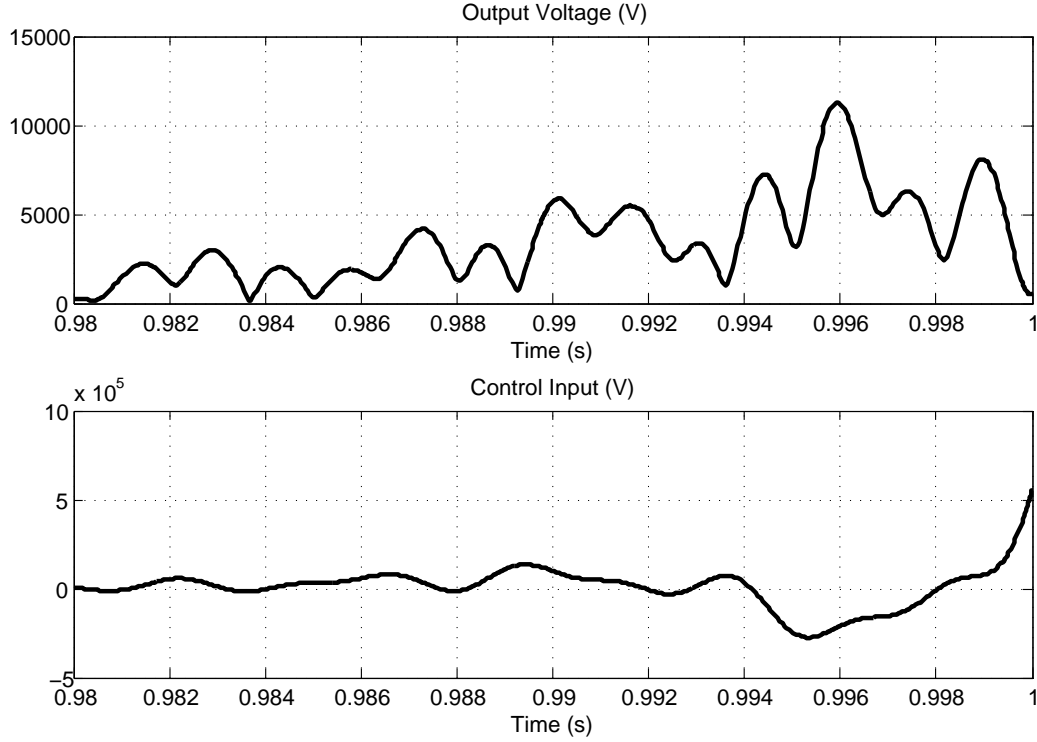
FIGURE 6.4 – Tension de sortie et entrée de commande pour la période *avant* la commutation

La tension de sortie nominale est de $508V^5$. Le système commence à sa valeur nominale, et avant d'arriver à la valeur désirée (où il arrive parfaitement), il oscille avec des très fortes amplitudes. La figure 6.5 montre un zoom de la courbe précédente.

La tension de sortie prend des valeurs maximales de l'ordre de $12kV$, alors que l'entrée de commande monte à plus d'un demi mega Volts. Inutile de dire que ces valeurs sont absolument inacceptables.

Cet exemple montre que le choix intuitif du paramètre x_d ne convient pas. Une méthode est donc nécessaire pour qu'il soit fait de façon adéquate.

5. C'est la tension de phase nominale, $508 = \frac{880}{\sqrt{3}}$ cf. section 3.1.

FIGURE 6.5 – Zoom des courbes de tension et de commande pour atteindre x_d

6.3.2 Optimisation

La recherche d'un x_d optimal est le noyau principal de la procédure utilisée. Dans un espace d'état de dimension neuf il est très difficile de chercher un candidat pour une valeur adéquate de x_d . Étant donné la complexité du système, une méthode exhaustive n'est pas non plus envisageable. Une façon intéressante est donc de formuler ce problème sous la forme d'un *problème d'optimisation*, pour lequel des outils fiables et performants existent.

Avant de nous lancer dans les détails de la formulation, une précision est nécessaire. Dans le cadre de cette thèse l'optimisation n'est qu'un outil : nous n'avons développé ni de nouvelles fonctions, ni amélioré celles déjà existantes. Une étude bibliographique à propos de ce très riche domaine mériterait à elle seule un chapitre, ce qui échappe au cadre de ce manuscrit. Néanmoins, un ouvrage de référence est [Nocedal and Wrieth, 2006], et l'*Optimization Toolbox* de Matlab [Mathworks, 2008] est en mesure de proposer un assez large nombre de fonctions.

6.3.2.1 La Fonction Objectif

Plusieurs comportements sont considérés comme indésirables pour la tension d'excitation, qui est l'entrée de commande. La contrainte la plus importante est sans doute celle liée aux limites des valeurs de commande. En d'autres mots, cela veut dire que la commande ne doit pas dépasser une certaine amplitude. C'est sur cette base que sera défini le problème d'optimisation utilisé dans cette stratégie.

L'équation (6.19) présente la commande à énergie minimale qui amène le système de x_0 à x_d . Cette commande est intrinsèquement liée à l'influence du choix de x_d dans la boucle

fermée finale qui commandera le système. Donc, pour cette boucle ouverte, on propose de rechercher la valeur de x_d qui, pour un x_0 donné, minimise la fonction objective :

$$f(x_d) = \sup_{x_d \in \mathbb{R}^9} (|u^*(t, x_0, x_d)|) = \sup_{x_d \in \mathbb{R}^9} \left(\left| R^{-1} B^T e^{A^T(T-t)} W_c^{-1}(T) [x_d - e^{AT} x_0] \right| \right) \quad \forall t \in [0, T] \quad (6.25)$$

Sans aucune contrainte, la réponse optimale est tout simplement $x_d^* = e^{AT} x_0$, ce qui amène la fonction $f(x_d)$ à 0. Cela correspond à la réponse homogène du système, ce qui est cohérent avec une entrée de commande nulle. Dans le paragraphe suivant une discussion à propos de la contrainte est présentée.

6.3.2.2 Contrainte de l'Optimisation

Après la commutation, la réponse de la partie linéaire du système dynamique est la somme de deux réponses. D'une part la réponse forcée liée à l'entrée du système, et d'autre une réponse libre liée aux conditions initiales. Les valeurs de ces conditions initiales seront égales aux valeurs finales de l'état *avant* la commutation. Ces valeurs finales *avant* la commutation ont donc une influence sur le système d'après. Dans ce paragraphe cette influence sera étudiée, à l'aide de la fonction $F_{\Delta V_{sortie}}(x_d)$, développée à la section 4.3.

L'interprétation de la fonction $F_{\Delta V_{sortie}}(x_d)$ est très directe : pour une valeur donnée de x_d la fonction calcule la variation de la tension de sortie, pour *une entrée constante de commande* pour le système *après* la commutation. L'entrée de commande constante étant la valeur nécessaire pour que le système atteigne, à l'infini, les valeurs nominales de régime permanent des états. Il est évident que cette commande ne sera pas performante, mais le but ici est simplement de quantifier si un état est plus adéquat qu'un autre, et non pas de commander le système.

Pour quantifier si un état est plus favorable qu'un autre pour le choix de x_d *avant* la commutation, cette fonction est parfaitement adaptée. Elle étudie uniquement le régime libre du système *après* la commutation. Si une valeur donnée de x_d crée une plus faible déviation de la valeur nominale qu'une autre, elle est plus adaptée pour le système à l'instant de la commutation.

6.3.2.3 Le Problème d'Optimisation

La méthode utilisée pour le choix de x_d est résumée dans la proposition suivante, où il est formulé comme un problème d'optimisation :

Proposition 6.3.2. *Le Choix de x_d pour la Boucle Fermée*

Le meilleur choix pour x_d avant la commutation :

1. *Tel que l'amplitude maximale de la commande en boucle fermée (6.5) avant la commutation soit minimisée, et ce pour tout choix des paramètres $S(T), Q, R, x_c$ et u_c ;*
2. *Tel que, après commutation, si l'état du système est égal à x_d , il y ait la garantie d'une déviation de la tension de sortie inférieure à une valeur choisie par rapport à la valeur nominale (dans le sens de la fonction de la section 4.3)*

est la solution du problème d'optimisation suivant :

$$\min_{x_d \in \mathbb{R}^9} (f(x_d)) = \min_{x_d \in \mathbb{R}^9} \left(\sup \left(\left| R^{-1} B^T e^{A^T(T-t)} W_c^{-1}(T) [x_d - e^{AT} x_0] \right| \right) \right) \quad (6.26)$$

Soumis à la contrainte :

$$F_{\Delta V_{sortie}}(x_d) < Amplitude_{desiree} \quad (6.27)$$

Cette procédure d'optimisation fournit la valeur de x_d qui sera utilisée pour la synthèse de la boucle fermée décrite à la section 6.2.3.

6.4 Considérations Finales

Le régulateur final sera la boucle fermée définie par l'équation (6.5) :

$$u(t) = \underbrace{-R^{-1} B^T S(t) x(t)}_{\substack{\text{gain variable} \\ \text{retour d'etat}}} + \underbrace{R^{-1} B^T S(t) x_d - R^{-1} B^T K(t) + u_c}_{\text{calcul hors-ligne}} \quad (6.28)$$

La valeur de x_d est donnée par la procédure qui vient d'être décrite, et les autres paramètres sont choisis par l'utilisateur. Une discussion à ce propos a été présentée à la section 6.2.5.

La boucle fermée offre la possibilité de corriger des comportements indésirables de la boucle ouverte. Une remarque finale concerne l'amplitude de la tension utilisée pour la procédure d'optimisation à l'équation (6.27) : elle n'est qu'un indicateur, vu qu'elle est calculée pour une entrée de commande constante. Asservie par la boucle fermée, la déviation de la tension de sortie sera certainement inférieure à cette valeur.

Des exemples d'application de cette stratégie sont proposés dans le chapitre suivant.

Chapitre 7

Application de la Stratégie de Commande : Exemples

Pour illustrer la stratégie décrite dans le chapitre 6, trois exemples sont proposés pour différentes commutations de charge. L'idée de ces exemples est de mettre en évidence différents comportements qui peuvent se présenter. Ces situations sont représentatives des systèmes considérés, et elles démontrent comment la stratégie peut améliorer la performance des régulateurs. Une discussion à propos de ces trois exemples est présentée à la fin du chapitre.

Les trois exemples s'organisent de la même façon : d'abord, une description des charges est présentée. Ensuite, les choix des paramètres sont discutés. Finalement, les résultats sont montrés, suivis par une rapide discussion à propos de la robustesse de la commande par rapport à l'anticipation de la commutation.

Les contraintes de commande sont celles de la section 6.2.2. Pour chacun des exemples donnés dans ce chapitre, deux situations seront considérées : dans la première, aucune anticipation n'est utilisée, et dans la seconde, la stratégie du chapitre 6 est utilisée. Les deux situations auront la même topologie de commande et, bien évidemment, la même commutation de charge.

Sommaire

7.1	Exemple 1 : Déconnexion d'une Partie du Réseau	99
7.2	Exemple 2 : Connexion d'une Charge Inductive	106
7.3	Exemple 3 : Connexion d'une Partie du Réseau	113
7.4	Considérations Finales	120

7.1 Exemple 1 : Déconnexion d'une Partie du Réseau

7.1.1 Les charges

La charge *avant* la commutation est décrite, basée sur le modèle de la section 3.3, par :

- $R_{charge\ avant} = 0.2\ \Omega$
- $L_{charge\ avant} = 1\ mH$
- $C_{charge\ avant} = 4.24\ mF$

Cela représente une charge qui consomme 46.5% de la puissance active nominale, avec un facteur de puissance de 0.84. La charge *après* la commutation est décrite par :

- $R_{charge\ apres} = 0.04\ \Omega$
- $L_{charge\ apres} = 5\ mH$
- $C_{charge\ apres} = 1.99\ mF$

Cette charge consomme 0.5% de la puissance active nominale, aussi avec un facteur de puissance de 0.84. Cette commutation modélise la déconnexion d'une partie du réseau électrique.

7.1.2 Les Paramètres du Régulateur

Les choix des paramètres pour les deux situations sont discutés dans ce paragraphe. Les spécifications de commande considérées pour régler les paramètres sont celles de la section 6.2.2. Comme la tension nominale d'excitation pour cette machine électrique est $V_f \cong 45V$, les paramètres ont été réglés pour que la tension d'excitation ne dépasse pas environ 450V en valeur absolue.

7.1.2.1 Situation 1 : la Commutation sans la Commande Anticipative

Pour cette première situation, comme il n'y a pas d'anticipation, juste le régulateur de la deuxième période, *après* la commutation, doit être réglé. Donc, 6 paramètres doivent être définis : $S(T)$, Q , R , x_d , x_c et u_c . Ce réglage pour *après* la commutation est assez simple, et les valeurs suivantes ont été choisies :

- $\mathbf{x}_d\ \text{apres}\ 1 = x_{RP\ apres}$, $\mathbf{x}_c\ \text{apres}\ 1 = x_{RP\ apres}$, $\mathbf{u}_c\ \text{apres}\ 1 = u_{RP\ apres}$
- $\mathbf{S}(T)_{\text{apres}\ 1} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}$, $\mathbf{Q}_{\text{apres}\ 1} = 100 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}$, $\mathbf{R}_{\text{apres}\ 1} = 250$

Le choix des 3 premiers paramètres est très direct : les valeurs de régime permanent du système. Les choix de $S(T)$ et Q sont également simples : comme le système retournera à la valeur nominale, ces coefficients ont peu d'influence sur le comportement final. Le seul choix plus délicat est celui de R . Il a été fait avec une méthode essai-erreurs, de telle façon que la commande ne dépasse pas environ 450V.

7.1.2.2 Situation 2 : la Commutation avec la Commande Anticipative

Pour cette situation les 12 paramètres doivent être choisis. Le choix pour le régulateur *avant* la commutation a été fait ainsi :

- $\mathbf{X}_d \text{ avant } 2 = x_{\text{procedure optimisation}}, \mathbf{X}_c \text{ avant } 2 = x_{RP \text{ avant}}, \mathbf{U}_c \text{ avant } 2 = u_{RP \text{ avant}}$
- $\mathbf{S}(\mathbf{T})_{\text{avant } 2} = 100 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q}_{\text{avant } 2} = 15 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R}_{\text{avant } 2} = 6$

Plusieurs remarques doivent être faites. D’abord, x_d est le résultat de la procédure d’optimisation décrite à la section 6.3. Pour cette procédure, l’amplitude désirée pour la contrainte (équation (6.27)) a été fixée à 40 V (cette déviation est calculée après $t = t_{osc}$, cf. section 4.3), et la fonction *fminimax* [Mathworks, 2008] disponible sous Matlab a été utilisée. Cette fonction utilise un algorithme de Programmation Séquentielle Quadratique (SQP en anglais) [Brayton et al., 1979]. La solution peut également être obtenue avec la fonction *fmincon* de Matlab. Cette dernière utilise par défaut l’algorithme d’optimisation à région de confiance, basé sur la méthode de Newton réflexive intérieure, décrite dans [Coleman and Li, 1994] et [Coleman and Li, 1996].

Les paramètres x_c et u_c ont été choisis comme les valeurs de régime permanent du système *avant* la commutation. Cela ne contribue pas à préparer le système pour la commutation, mais aide à éviter des oscillations et des comportements indésirables.

Les autres paramètres, comme dans le cas précédent, ont été choisis par une méthode essai-erreur, de telle façon que la commande ne dépasse pas environ 450V. Il y a pour la période *avant* une contrainte supplémentaire : la tension de sortie ne doit pas quitter les valeurs de tolérance de $\pm 20\%$. Il est important de ne pas amener *volontairement* le système en dehors de celles-ci pour le préparer au changement de charge.

Finalement, la discussion des paramètres choisis pour *après* la commutation. Ils ont été choisis ainsi :

- $\mathbf{X}_d \text{ apres } 2 = x_{RP \text{ apres}}, \mathbf{X}_c \text{ apres } 2 = x_{RP \text{ apres}}, \mathbf{U}_c \text{ apres } 2 = u_{RP \text{ apres}}$
- $\mathbf{S}(\mathbf{T})_{\text{apres } 2} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q}_{\text{apres } 2} = 100 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R}_{\text{apres } 2} = 160$

Les mêmes remarques du paragraphe précédent s’appliquent pour ce cas. Les paramètres de la phase *après* la commutation sont presque les mêmes, la seule différence étant R , un peu plus faible.

7.1.3 Résultats de Simulation

Les deux situations (avec et sans la stratégie) sont simulées, et les résultats sont montrés à la figure 7.1. Les lignes noires sont les tolérances de la tension, et la commutation se produit à $t = 1s$. La figure 7.2 montre un zoom de la commutation. On peut voir que la tension de sortie aux courbes à droite respecte beaucoup mieux les tolérances que la tension aux courbes à gauche.

Des remarques importantes peuvent être faites. D’abord, sans la commande anticipative, il y a un pic de tension qui dure 5 ms et qui atteint 830V. De plus, le système ne respecte pas les spécifications, étant donné que la tension sort des tolérances. Avec la commande anticipative les spécifications sont pratiquement respectées. Le pic de tension dure 2 ms, alors qu’il ne devrait pas être plus long que 1 ms. Mais avec l’anticipation, il est à environ 710V. A part ce pic, la tension ne sort plus des gabarits.

Donc, le pic a été réduit d’environ 120V et avec la stratégie, à part cela, la tension respecte les tolérances. Une dernière comparaison est montrée sur la figure 7.3, où les deux courbes sont dessinées dans le même axe.

Une hypothèse a été faite au chapitre 6 pour la partie “FeedForward” : l’instant de commu-

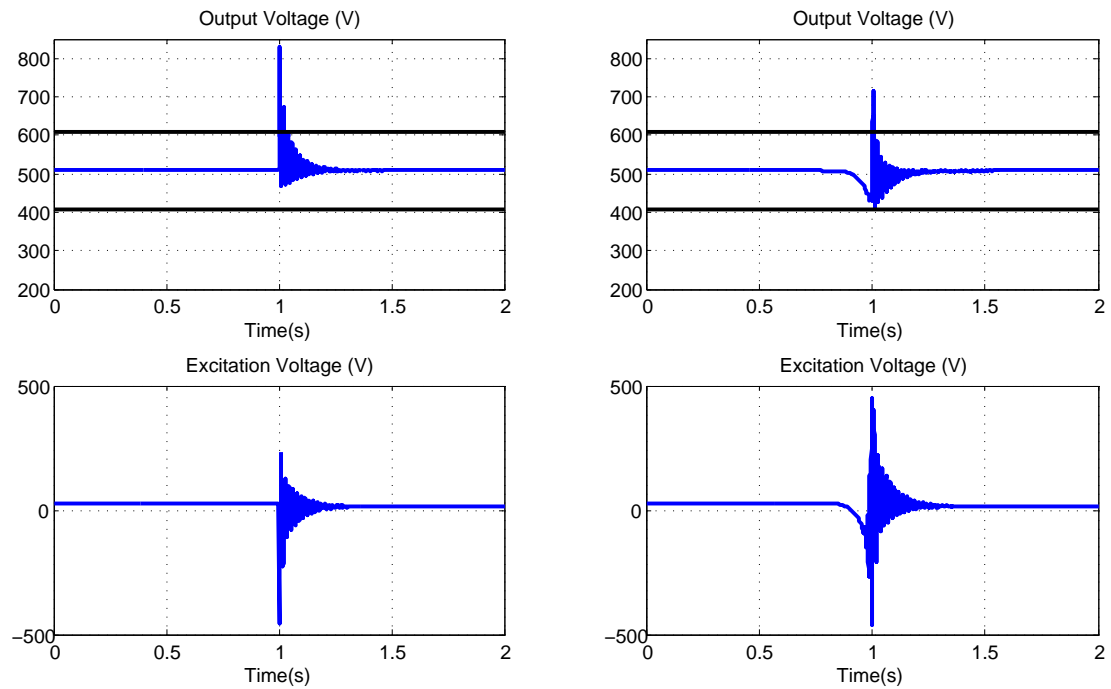


FIGURE 7.1 – Exemple 1 : A gauche la réponse du système sans la stratégie anticipative, et à droite, avec la stratégie

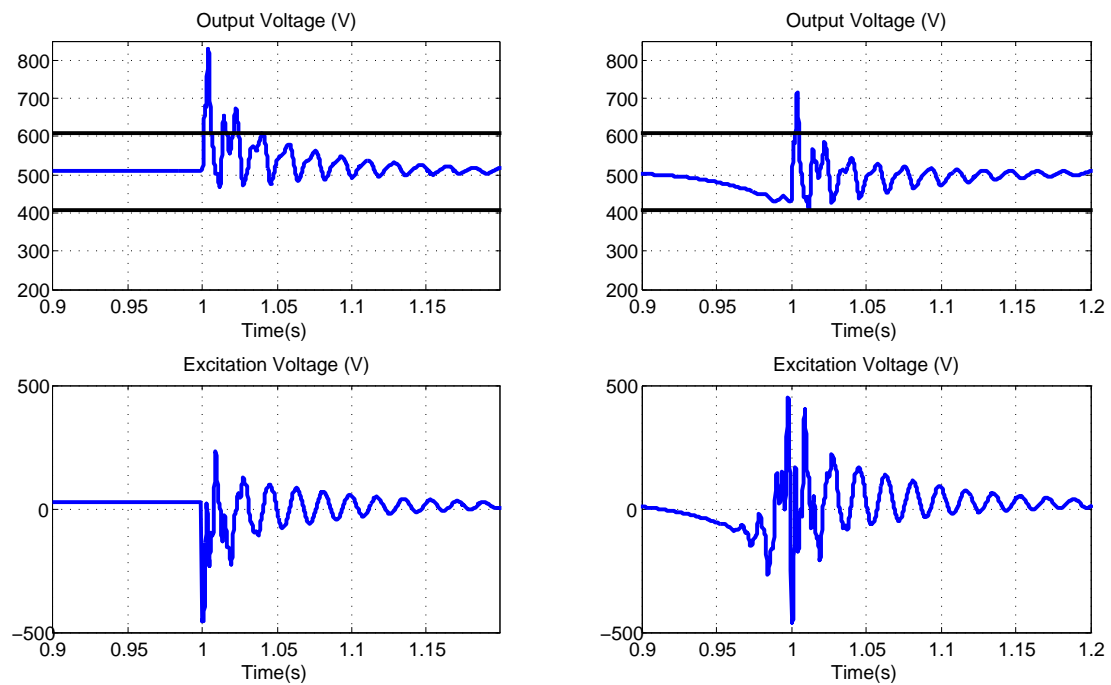


FIGURE 7.2 – Exemple 1 : Zoom de la figure précédente

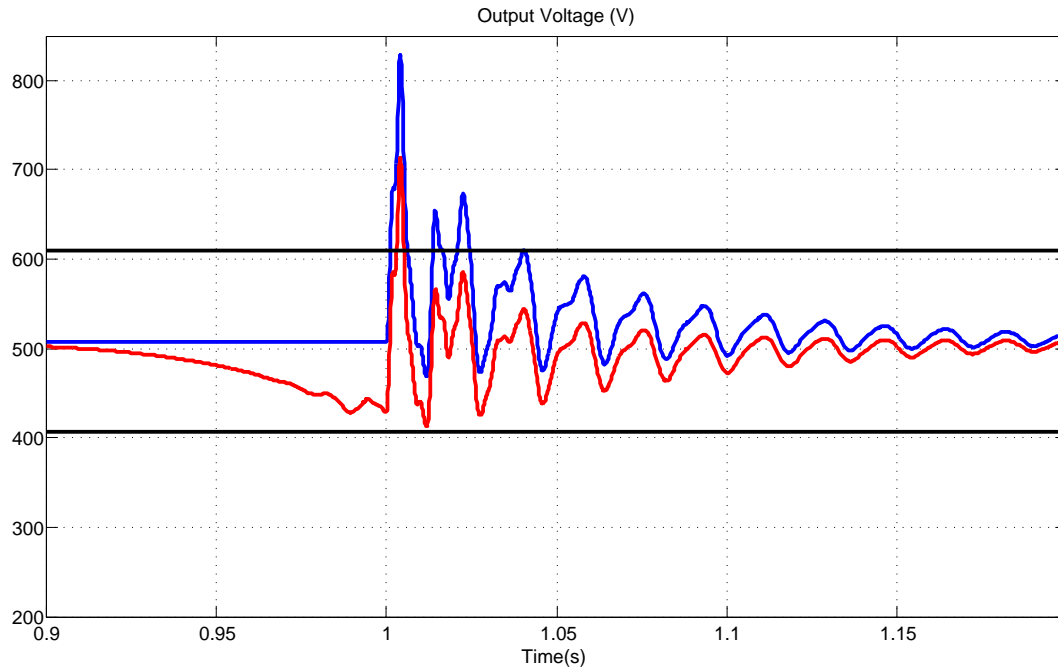


FIGURE 7.3 – Exemple 1 : Comparaison des résultats dans le même axe

tation est connu avec précision. Cela implique qu'un système intelligent doit synchroniser la connexion (ou déconnexion) des charges avec le changement du régulateur. La robustesse du régulateur face à des éventuels décalages entre le changement de charge et celui du régulateur est discutée dans le paragraphe suivant.

7.1.4 Analyse de Robustesse : l'Anticipation de la Commutation

Comme décrit dans l'introduction de ce chapitre, dans un système naval les commutations de charge peuvent être anticipées. La plupart du temps la connexion d'une nouvelle machine ou d'un nouvel appareil vient d'un simple interrupteur qui peut aussi envoyer cette information à un régulateur. Cependant, même si ce n'est pas un opérateur humain qui a la tâche de synchroniser la connexion d'une charge et le changement des régulateurs, il est très optimiste de supposer que ces actions sont parfaitement synchronisées.

Donc, dans ce paragraphe une étude de la robustesse du régulateur face à ce problème est présentée. Pour cette étude la commande est celle calculée pour l'exemple traité dans cette section, montrée sur les figures 7.1 et 7.2. On considère encore qu'il n'y a que le bloc "Feedforward" de la figure 6.2, et le système est donc commandé en boucle ouverte. L'étude de la topologie complète n'aurait un sens que si le modèle réel du système était représenté, par exemple, sur un banc d'essai. Comme cela n'est pas encore le cas, elle n'est pas entreprise dans ce manuscrit.

Comme c'est un système automatique qui réalise la synchronisation, il est raisonnable de supposer que le décalage ne sera pas très important. Les décalages considérés vont donc de 0.01 à 0.05 secondes, dans les deux directions : décalages positifs et négatifs. L'exemple discuté dans cette section avec l'anticipation en place est étudié dans cette analyse. Les résultats sont montrés sur les figures 7.4 et 7.5, et seront discutés par la suite.

7.1.4.1 Décalage Positif

Dans cette première analyse on considère que la commutation de charge a une avance par rapport à l'entrée de commande. La figure 7.4 montre la tension de sortie pour un décalage qui va de $0s$ (la synchronisation parfaite) à $0.05s$.

Le décalage n'a pas d'influence majeure sur la réponse pour les valeurs considérées. Le pic de tension devient de plus en plus grand, et les spécifications ne sont plus strictement respectées pour le décalage de $0.05s$. La performance globale est encore satisfaisante, même s'il est possible de voir que l'influence de l'anticipation disparaît avec le décalage.

Si pour des petits décalages il n'y a pas de changement majeur, pour des plus grandes valeurs le système peut être amené en dehors des tolérances de tension. C'est pour cela qu'il est important qu'un système automatisé, et non pas un opérateur humain, soit en charge de la synchronisation entre le changement du régulateur et le changement de charge.

7.1.4.2 Décalage Négatif

On considère maintenant que la commutation de charge a un retard par rapport à l'entrée de commande. Comme précédemment, la figure 7.5 montre la tension de sortie pour un décalage qui va de $0s$ (la synchronisation parfaite) à $0.05s$.

A l'inverse du dernier cas, la commande est très robuste pour des décalages négatifs, et la performance après la commutation de charge est presque inchangée. Cela est dû à deux faits :

- La valeur de x_d issue de la procédure d'optimisation de la section 6.3, est une valeur d'équilibre du système.
- Cette valeur est à l'intérieur des tolérances de tension de $\pm 20\%$

Le fait que x_d soit un état d'équilibre permet au système de rester dans cette position sans oscillation. Comme cette valeur n'est pas en dehors des tolérances de tension, le système peut "attendre" dans cette position, et la commutation se produira près de la valeur désirée pour les petits décalages. Par contre, pour des plus amples valeurs, cela peut, bien évidemment, ne pas se passer. Pour quelques systèmes, comme pour l'exemple suivant, la commande calculée pour le système *après* la commutation peut l'amener en dehors des tolérances de tension.

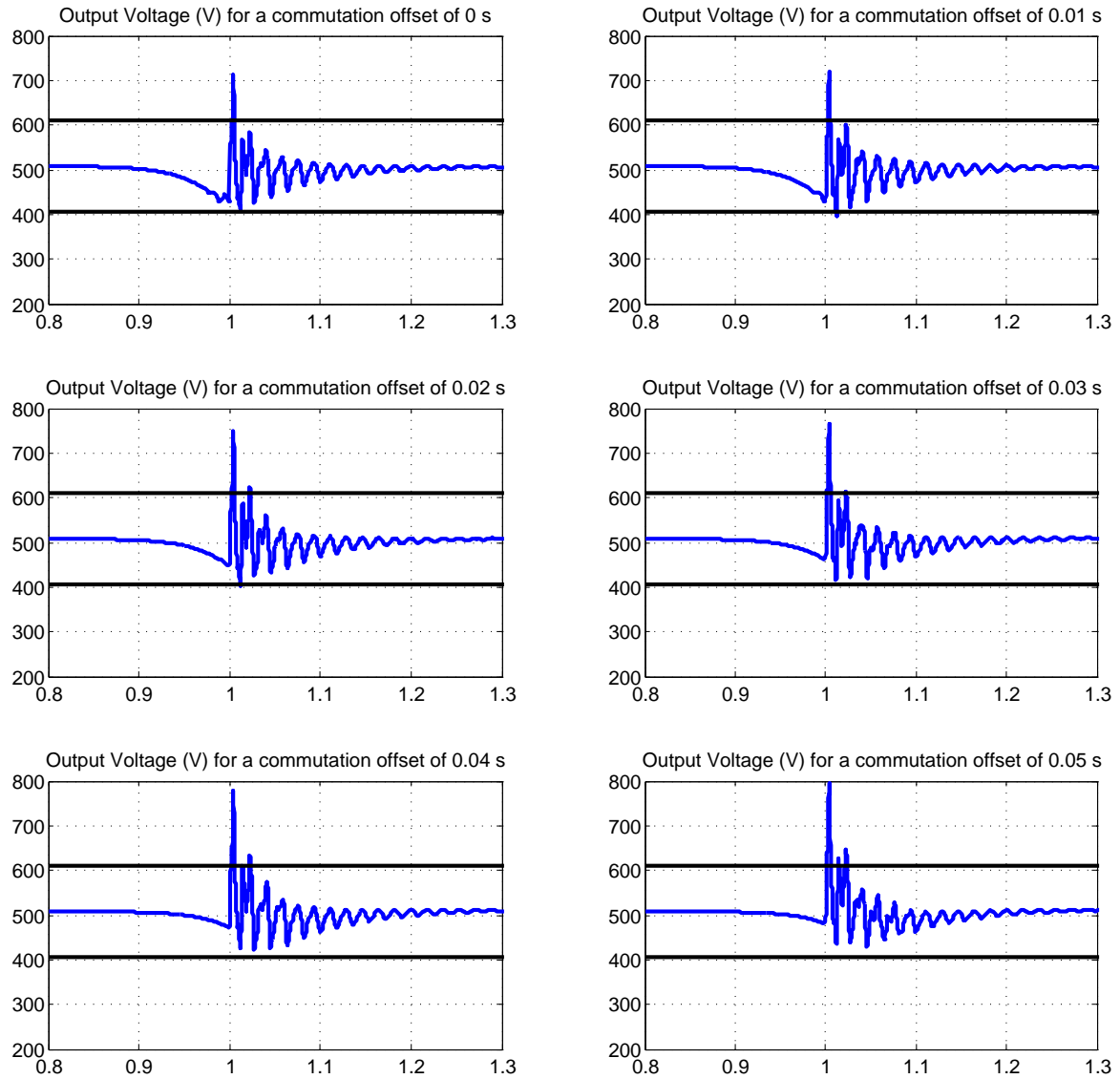


FIGURE 7.4 – Exemple 1 : Décalages positifs : *avance* de la commutation par rapport à l'entrée de commande

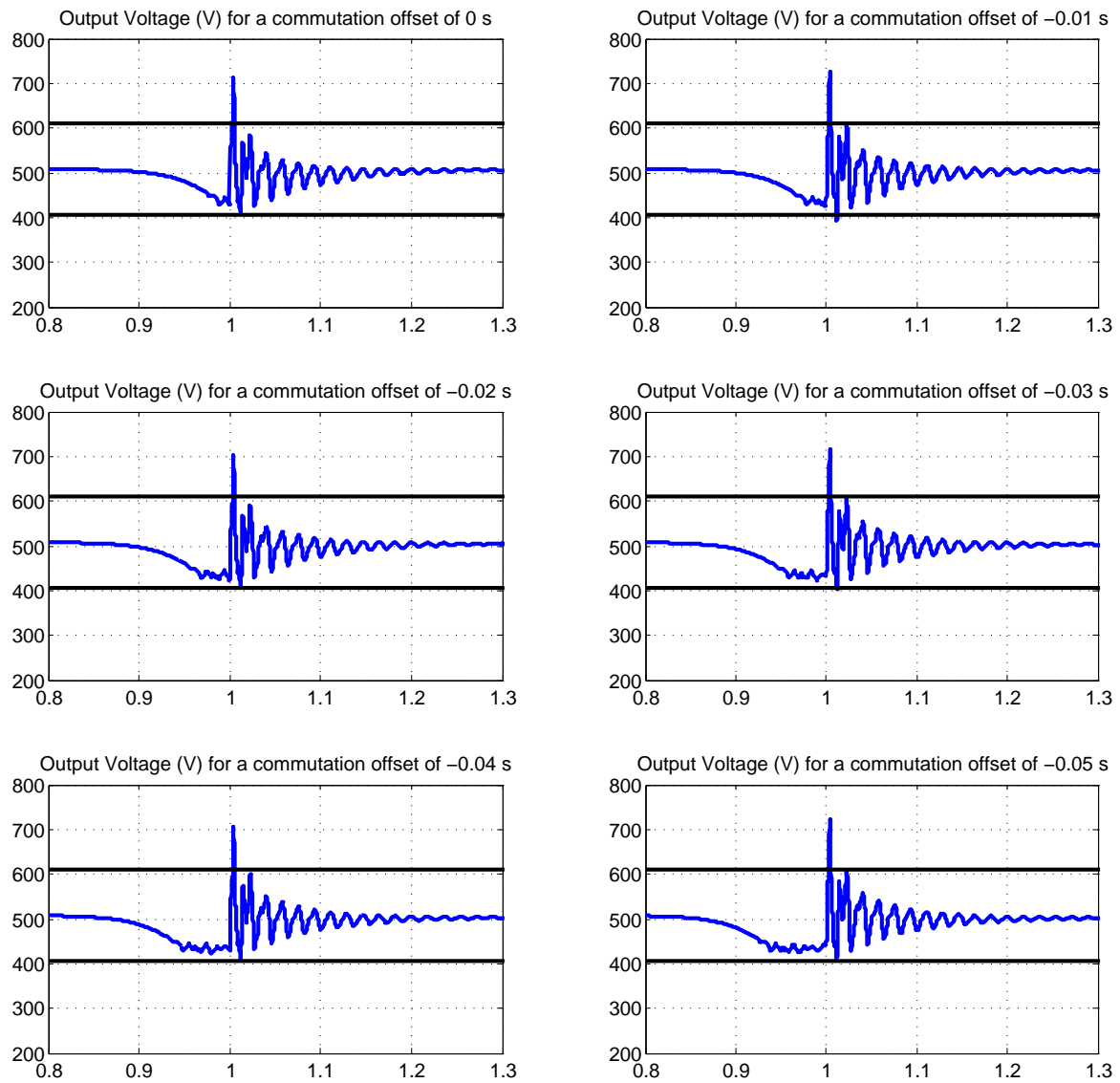


FIGURE 7.5 – Exemple 1 : Décalages négatifs : *retard* de la commutation par rapport à l'entrée de commande

7.2 Exemple 2 : Connexion d'une Charge Inductive

Dans cette section un deuxième exemple est donné. Une nouvelle contrainte sera rajoutée aux spécifications du signal de commande : il doit être non-négatif. Cela peut être le cas pour certains systèmes d'excitation. Comme dans l'exemple précédent, deux situations seront considérées : dans la première il n'y a pas d'anticipation, et dans la seconde, la stratégie présentée au chapitre 6 est utilisé.

7.2.1 Les charges

La charge *avant* la commutation est décrite, basée sur le modèle de la section 3.3, par :

- $R_{charge\ avant} = 0.3\ \Omega$
- $L_{charge\ avant} = 0.8\ mH$
- $C_{charge\ avant} = 1.2\ mF$

Cela représente une charge qui consomme 63% de la puissance active nominale, avec un facteur de puissance de 0.84. La charge *après* la commutation est décrite par :

- $R_{charge\ apres} = 0.0712\ \Omega$
- $L_{charge\ apres} = 0.56\ mH$
- $C_{charge\ apres} = 1.2\ mF$

Cette charge consomme la même puissance active, mais avec un facteur de puissance de 0.4. Cette commutation de charge modélise la connexion d'une charge très inductive.

7.2.2 Les Paramètres du Régulateur

Les régulateurs ont été réglés, comme précédemment, pour respecter une tension d'excitation inférieure à environ 450V en valeur absolue. A posteriori, un bloc de saturation a été rajouté pour assurer que cette tension soit non-négative. Comme elle était déjà positive pour la majorité de la période, cela n'a pas changé de façon considérable le comportement de la tension de sortie du système.

7.2.2.1 Situation 1 : la Commutation sans la Commande Anticipative

Comme dans la section 7.1.2.1, il y a 6 paramètres pour la première situation :

- $\mathbf{x_d\ apres\ 1} = x_{RP\ apres}, \mathbf{x_c\ apres\ 1} = x_{RP\ apres}, \mathbf{u_c\ apres\ 1} = u_{RP\ apres}$
- $\mathbf{S(T)_{apres\ 1}} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q_{apres\ 1}} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R_{apres\ 1}} = 11$

Les remarques faites pour l'exemple précédent sont valables ici.

7.2.2.2 Situation 2 : la Commutation avec la Commande Anticipative

Pour cette situation les 12 paramètres doivent être choisis. Le choix pour les paramètres *avant* la commutation est celui-ci :

- $\mathbf{x_d\ avant\ 2} = x_{procedure\ optimisation}, \mathbf{x_c\ avant\ 2} = x_{RP\ avant}, \mathbf{u_c\ avant\ 2} = u_{RP\ avant}$

$$- \mathbf{S}(\mathbf{T})_{\text{avant } 2} = 10 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q}_{\text{avant } 2} = 50 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R}_{\text{avant } 2} = 50$$

Les remarques de l'exemple précédent sont valables ici. L'amplitude désirée pour la contrainte, équation (6.27), a été fixée à 50V. Les paramètres de la phase *après* la commutation ont été choisis comme :

$$\begin{aligned} - \mathbf{x}_d \text{ après } 2 &= x_{RP \text{ après}}, \mathbf{x}_c \text{ après } 2 = x_{RP \text{ après}}, \mathbf{u}_c \text{ après } 2 = u_{RP \text{ après}} \\ - \mathbf{S}(\mathbf{T})_{\text{après } 2} &= 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q}_{\text{après } 2} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R}_{\text{après } 2} = 5 \end{aligned}$$

Dans le paragraphe suivant les résultats sont présentés.

7.2.3 Résultats de Simulation

Les deux situations (sans et avec la stratégie) sont simulées, et les résultats sont présentés à la figure 7.6. La figure 7.7 montre un zoom de cette commutation. Sur les courbes à gauche la tension ne respecte pas les tolérances, alors que sur les courbes à droite, avec l'utilisation de la stratégie, elle les respecte.

Comme pour l'exemple précédent, une dernière comparaison est montrée à la figure 7.8, où les deux courbes sont dessinées sur le même axe. Dans cette figure on voit clairement que le système revient à la tolérance de fonctionnement normal de $\pm 5\%$ beaucoup plus vite avec la stratégie en place.

La robustesse du régulateur face à des éventuels décalages entre le changement de charge et celui du régulateur est discutée dans le paragraphe suivant.

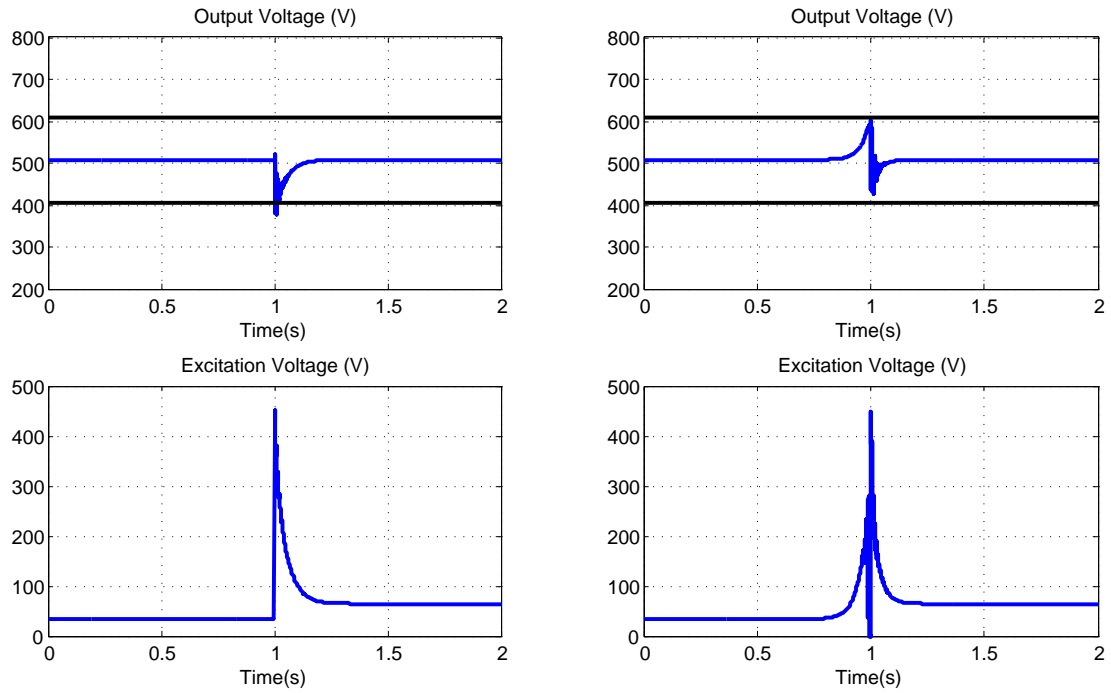


FIGURE 7.6 – Exemple 2 : A gauche la réponse du système sans la stratégie anticipative, et à droite, avec la stratégie

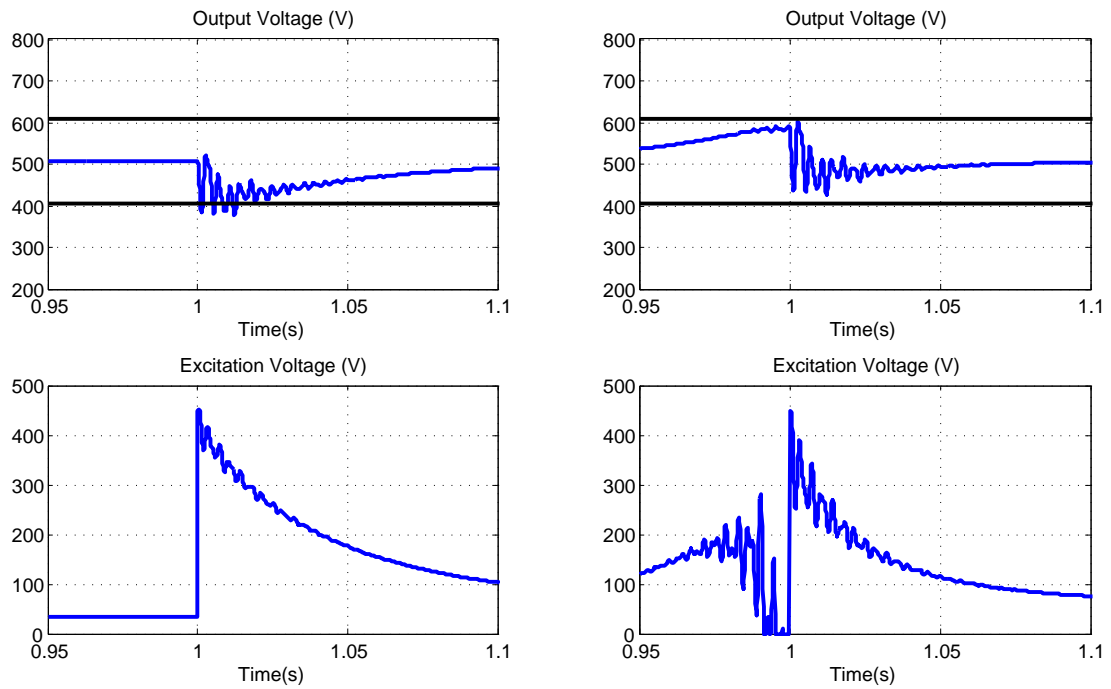


FIGURE 7.7 – Exemple 2 : Zoom de la figure précédente

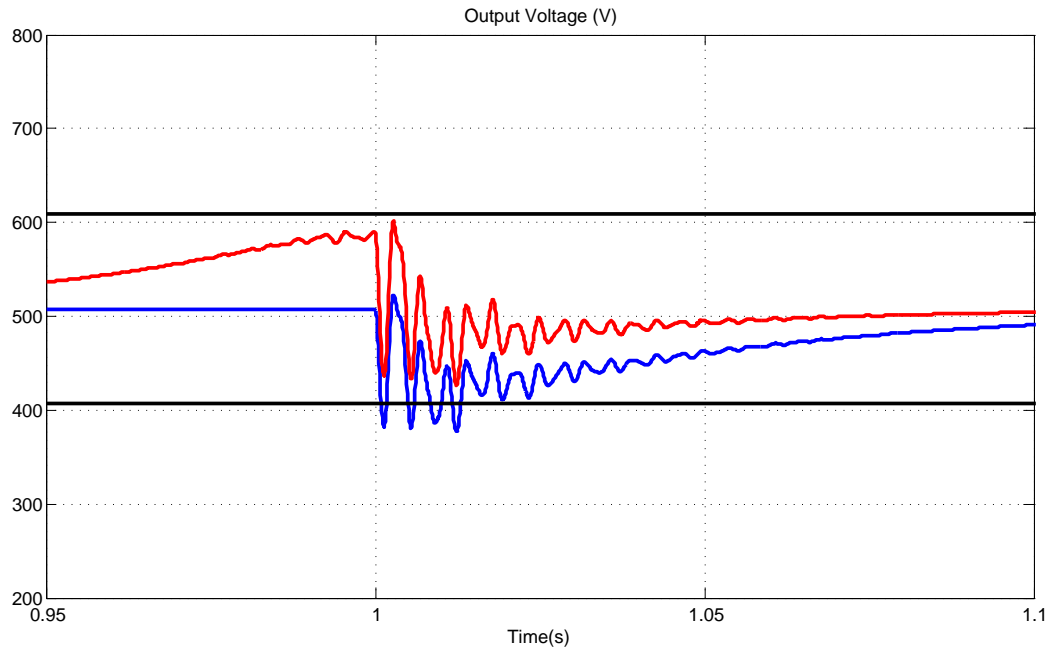


FIGURE 7.8 – Exemple 2 : Comparaison des résultats dans le même axe

7.2.4 Analyse de Robustesse : l'Anticipation de la Commutation

Cette section adopte la procédure de la section 7.1.4, où des décalages positifs et négatifs de 0 à 0.05 secondes sont considérés. Les résultats sont montrés sur les figures 7.9 et 7.10, et ils sont discutés par la suite.

7.2.4.1 Décalage Positif

Dans cette première analyse on considère que la commutation de charge a une avance par rapport à l'entrée de commande. La figure 7.9 montre la tension de sortie pour un décalage qui va de 0s (la synchronisation parfaite) à 0.05s.

Le décalage n'a pas d'influence majeure sur la réponse pour les valeurs considérées. Plus que cela, par rapport aux résultats obtenus *sans* l'anticipation, même avec le décalage la performance est toujours améliorée lorsque la stratégie est utilisée.

7.2.4.2 Décalage Négatif

On considère maintenant que la commutation de charge a un retard par rapport à l'entrée de commande. Comme précédemment, la figure 7.10 montre la tension de sortie pour un décalage qui va de 0s (la synchronisation parfaite) à 0.05s.

Les courbes montrées sur la figure 7.10 ont une interprétation très intéressante. On peut voir que le système est moins robuste face aux décalages que celui de l'exemple précédent. Pour des petites valeurs de décalage (jusqu'à 0.02 secondes), la performance est toujours acceptable. Par contre, pour des valeurs plus importantes, le système est amené en dehors des tolérances. Cela est dû au fait que l'excitation continuera à faire monter la tension, et la valeur désirée de x_d avant la commutation était très proche de la tolérance de tension.

Donc, il y a ici un compromis à faire : si le système de synchronisation est fiable et peut répondre en moins de 0.02 secondes, la valeur optimale, proche de la tolérance, peut être choisie. Si ce système n'est pas fiable, il est prudent de choisir les paramètres du régulateur pour faire en sorte qu'il y ait une marge entre la valeur finale avant la commutation et la tolérance de tension.

Une discussion plus approfondie sera présentée à la section 7.4.

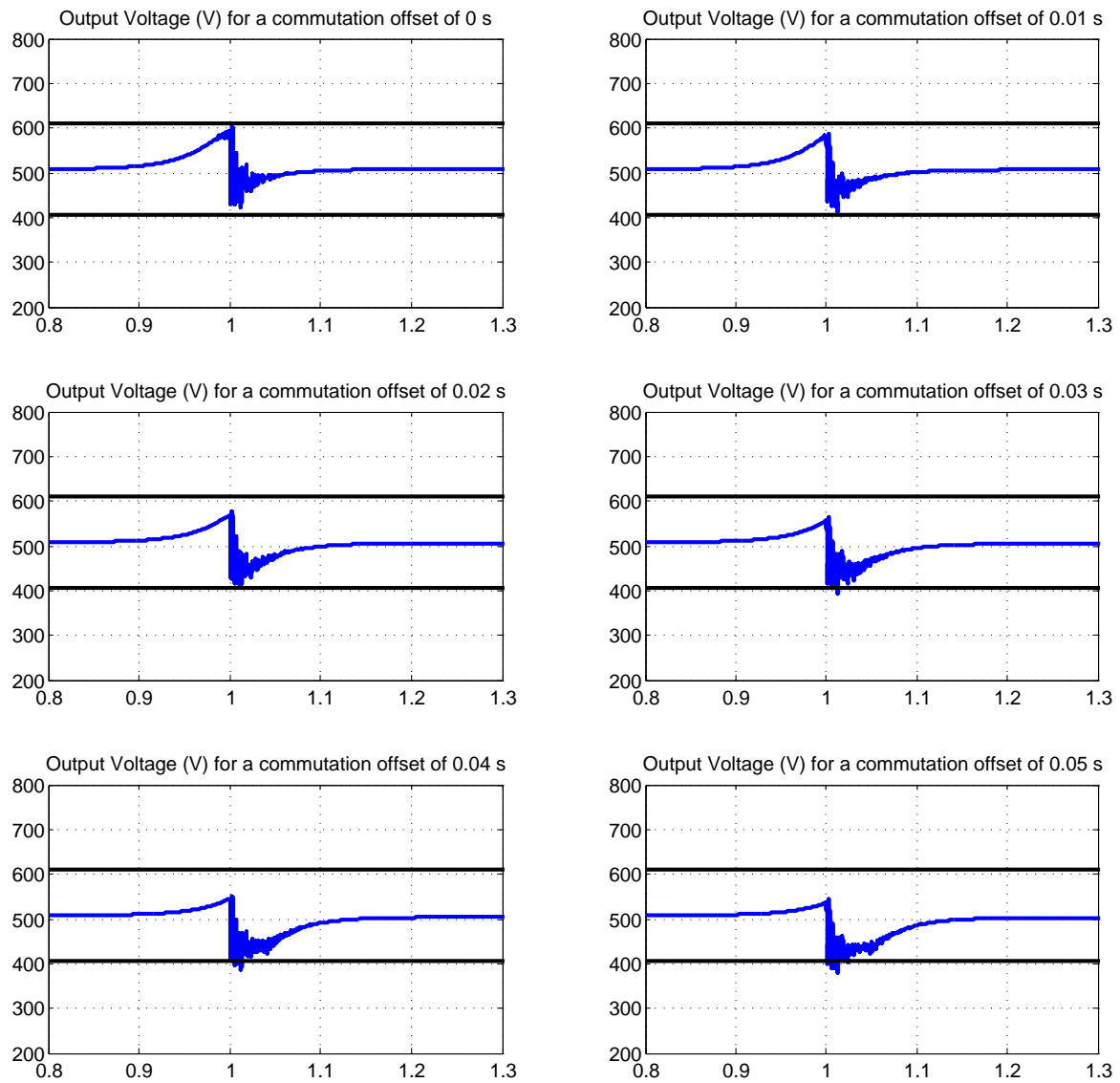


FIGURE 7.9 – Exemple 2 : Décalages positifs : *avance* de la commutation par rapport à l'entrée de commande

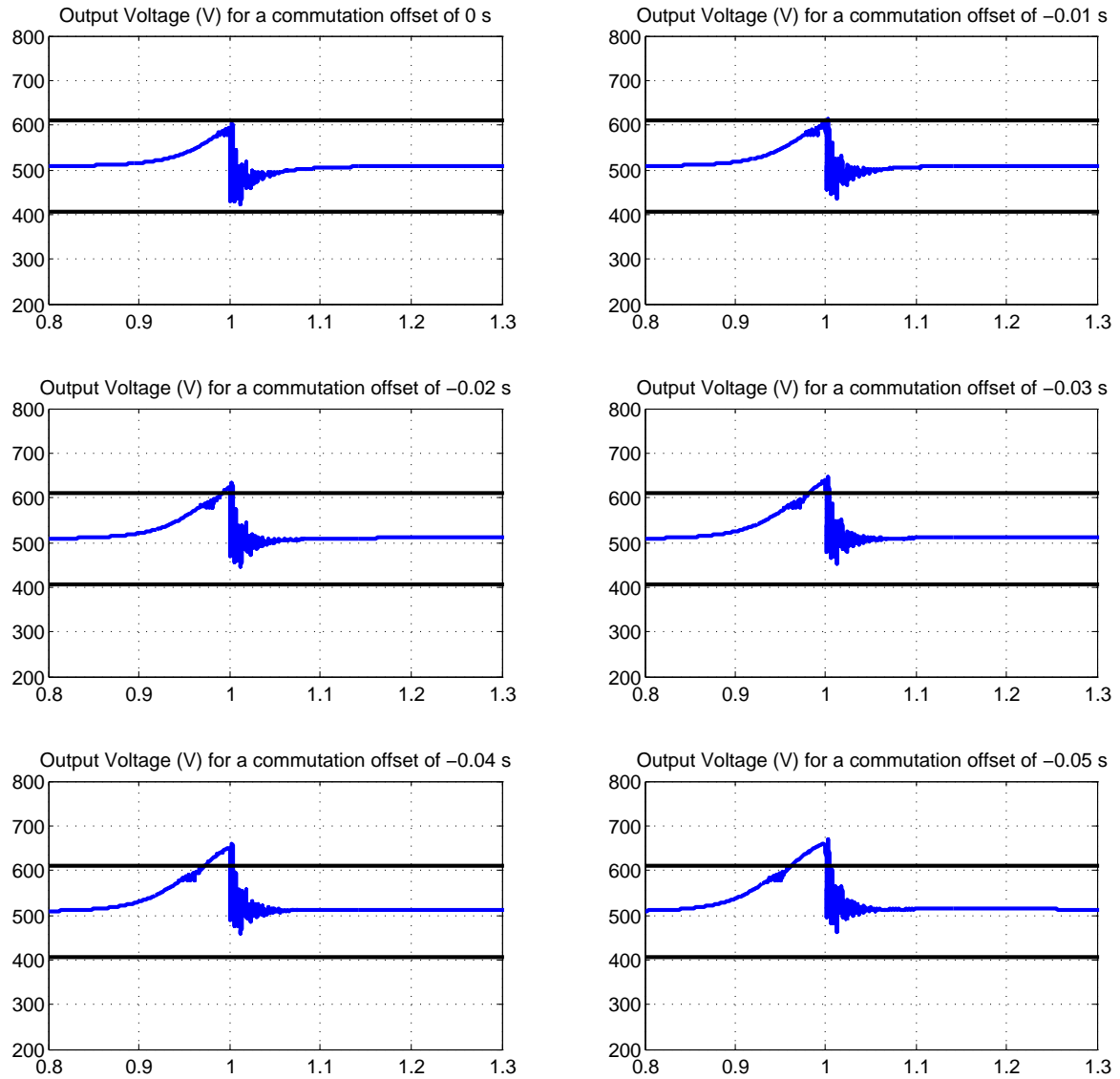


FIGURE 7.10 – Exemple 2 : Décalages négatifs : *retard* de la commutation par rapport à l'entrée de commande

7.3 Exemple 3 : Connexion d'une Partie du Réseau

Dans cette section un troisième et dernier exemple est donné. Les spécifications de commande sont celles décrites à la section 6.2.2. Comme dans les deux exemples précédents, deux situations seront considérées : dans la première il n'y a pas d'anticipation, et dans la seconde, la stratégie présentée au chapitre 6 est utilisée.

7.3.1 Les Charges

La charge *avant* la commutation est décrite, basée sur le modèle de la section 3.3, par :

- $R_{charge\ avant} = 0.03\ \Omega$
- $L_{charge\ avant} = 0.6\ mH$
- $C_{charge\ avant} = 14.77\ mF$

Cela représente une charge qui consomme 26% de la puissance active nominale, avec un facteur de puissance de 0.84. La charge *après* la commutation est décrite par :

- $R_{charge\ apres} = 0.03\ \Omega$
- $L_{charge\ apres} = 0.3\ mH$
- $C_{charge\ apres} = 24.36\ mF$

Cette charge consomme 99% de la puissance active nominale, aussi avec un facteur de puissance de 0.84. Cette commutation modélise la connexion d'une nouvelle charge très consommatrice en puissance au système.

7.3.2 Les Paramètres du Régulateur

Les régulateurs ont été réglés, comme précédemment, pour que la tension d'excitation ne dépasse pas environ 450V en valeur absolue.

7.3.2.1 Situation 1 : la Commutation sans la Commande Anticipative

Comme décrit à la section 7.1.2.1, il y a 6 paramètres pour la première situation :

- $\mathbf{X_d\ apres\ 1} = x_{RP\ apres}, \mathbf{X_c\ apres\ 1} = x_{RP\ apres}, \mathbf{u_c\ apres\ 1} = u_{RP\ apres}$
- $\mathbf{S(T)_{apres\ 1}} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q_{apres\ 1}} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R_{apres\ 1}} = 23$

Les remarques de l'exemple précédent sont valables ici.

7.3.2.2 Situation 2 : la Commutation avec la Commande Anticipative

Pour cette situation les 12 paramètres doivent être choisis. Pour le régulateur *avant* la commutation, le choix a été fait comme suit :

- $\mathbf{X_d\ avant\ 2} = x_{procedure\ optimisation}, \mathbf{X_c\ avant\ 2} = x_{RP\ avant}, \mathbf{u_c\ avant\ 2} = u_{RP\ avant}$
- $\mathbf{S(T)_{avant\ 2}} = 5 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q_{avant\ 2}} = 50 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R_{avant\ 2}} = 200$

Les remarques de l'exemple précédent sont également valables ici. L'amplitude désirée pour la contrainte, équation (6.27), a été fixée à 0.75V. Comme ce système est très amorti,

des petites valeurs peuvent être choisies. Les paramètres choisis pour *après* la commutation sont :

- $\mathbf{x}_d \text{ après } \mathbf{2} = x_{RP \text{ après}}, \mathbf{x}_c \text{ après } \mathbf{2} = x_{RP \text{ après}}, \mathbf{u}_c \text{ après } \mathbf{2} = u_{RP \text{ après}}$
- $\mathbf{S}(\mathbf{T})_{\text{après } \mathbf{2}} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{Q}_{\text{après } \mathbf{2}} = 1 \times \mathbb{I}_{9 \times 9}, \mathbf{R}_{\text{après } \mathbf{2}} = 25$

Dans le paragraphe suivant les résultats sont présentés.

7.3.3 Résultats de Simulation

Les deux situations (sans et avec la stratégie) sont simulées, et les résultats sont montrés sur la figure 7.11. La figure 7.12 montre un zoom de cette commutation. Comme pour le deuxième exemple, sur les courbes à gauche la tension ne respecte pas les tolérances, et lorsqu'on utilise la stratégie, sur les courbes à droite, elle les respecte.

Une dernière comparaison est montrée sur la figure 7.13, où les deux courbes sont dessinées dans le même axe. Comme ce système est très amorti, la tension retourne rapidement à la valeur nominale. Par contre, la commande assure que pendant la période transitoire le système respecte les bornes de tension.

La robustesse du régulateur face à des éventuels décalages entre le changement de charge et celui du régulateur est discutée dans le paragraphe suivant.

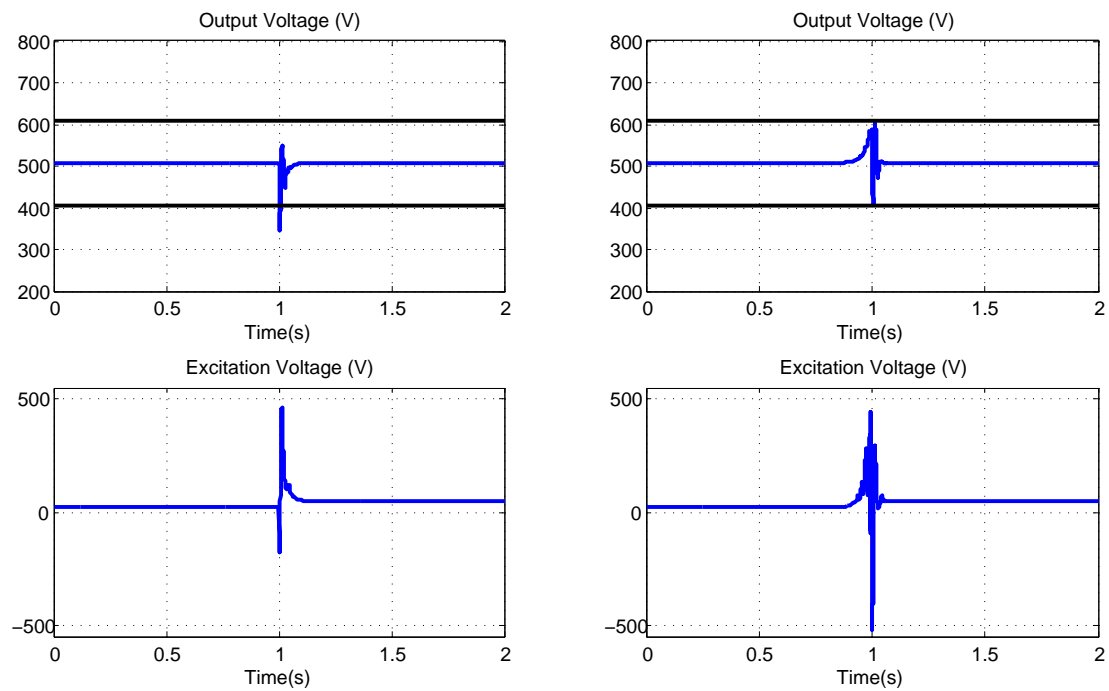


FIGURE 7.11 – Exemple 3 : À gauche la réponse du système sans la stratégie anticipative, et à droite, avec la stratégie

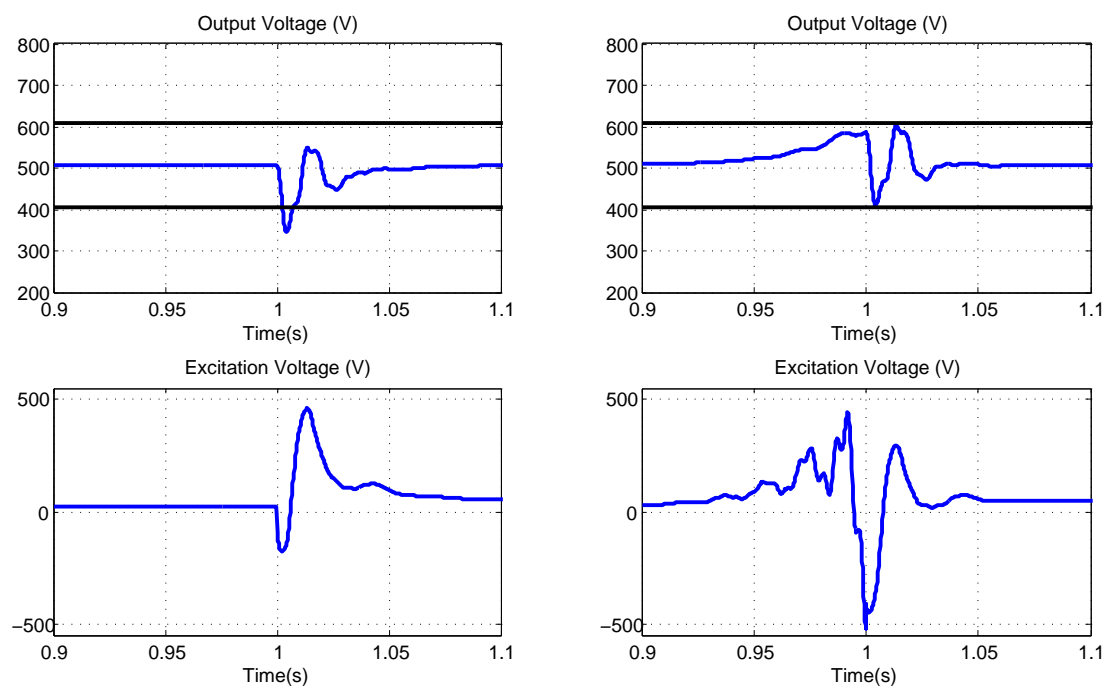


FIGURE 7.12 – Exemple 3 : Zoom de la figure précédente

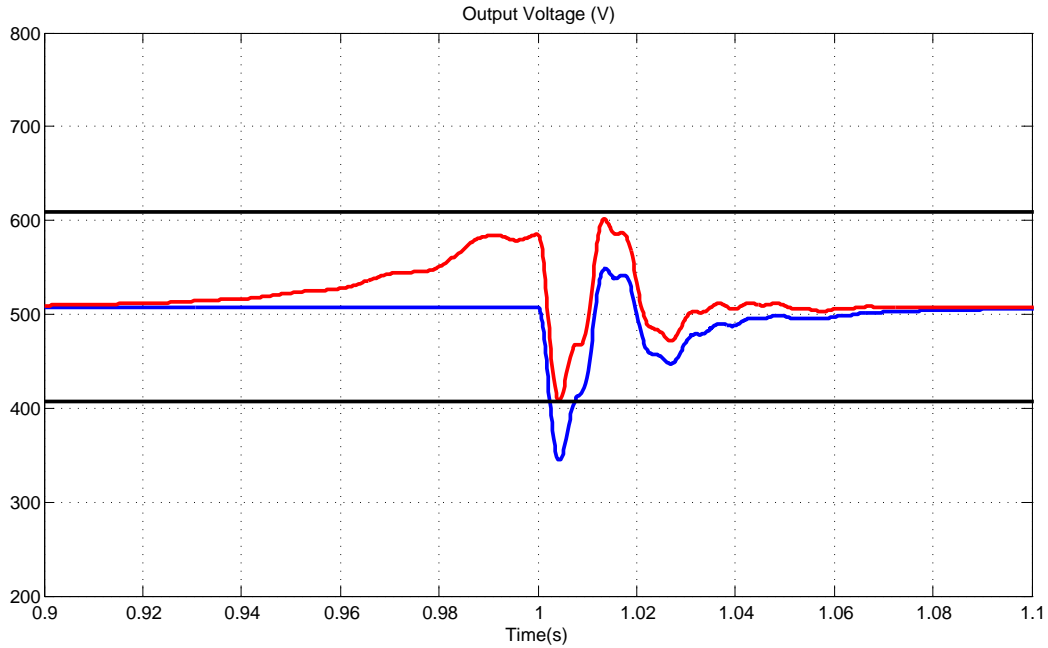


FIGURE 7.13 – Exemple 3 : Comparaison des résultats dans le même axe

7.3.4 Analyse de Robustesse : l'Anticipation de la Commutation

Cette section adopte la même méthodologie des sections 7.1.4 et 7.2.4, où des décalages positifs et négatifs de 0 à 0.05 secondes sont considérés. Les résultats sont montrés sur les figures 7.14 et 7.15, et discutés par la suite.

7.3.4.1 Décalage Positif

Dans cette première analyse on considère que la commutation de charge a une avance par rapport à l'entrée de commande. La figure 7.14 montre la tension de sortie pour un décalage qui va de 0s (la synchronisation parfaite) 0.05s.

Comme dans l'exemple précédent, le décalage n'a pas d'influence majeure sur la réponse pour les valeurs considérées. De plus, par rapport aux résultats obtenus *sans* l'anticipation, la performance est toujours améliorée avec la stratégie en place. Par contre, en particulier pour le décalage de 0.01s, il y a un dépassement qui ne se reproduit pas pour des décalages plus importants. Cela est lié au fait que, pour cet exemple particulier, la valeur finale x_d avant la commutation n'était *pas* un état d'équilibre. Une discussion à ce propos sera entreprise à la section 7.4.

Pour cette raison, la commande nécessaire pour mener le système à x_d présente des dynamiques rapides. Si la commutation est en avance, il y aura un pic, résultat de l'oscillation du nouveau système en réponse à cette commande. Pour les autres valeurs de décalage les dynamiques du système ne seront pas en phase avec la commande, ou déjà amorties, et le pic sera donc moins important. De toute façon, le système peut être considéré robuste pour des décalages positifs.

7.3.4.2 Décalage Négatif

On considère maintenant que la commutation de charge a un retard par rapport à l'entrée de commande. Comme précédemment, la figure 7.15 montre la tension de sortie pour un décalage qui va de $0s$ (la synchronisation parfaite) à $0.05s$.

Cet exemple final met en évidence encore une autre situation qui peut se présenter *avant* la commutation : l'état x_d n'est pas un état d'équilibre. Donc, le système ne peut pas rester sur cet état sans oscillation, ce qui est très évident pour des décalages plus importants que $0.02s$.

Pour conclure, cet exemple montre également un compromis entre performance et robustesse. Si les décalages sont petits, la performance est excellente : les tolérances sont parfaitement respectées. Mais lorsqu'ils augmentent, l'entrée de commande fera le système osciller de plus en plus. Comme le système est stable, et l'entrée bornée, même si ce comportement n'est pas désiré, le système ne sera pas instable.

Une discussion finale à propos des trois exemples et les situations rencontrées sera présentée dans la prochaine section.

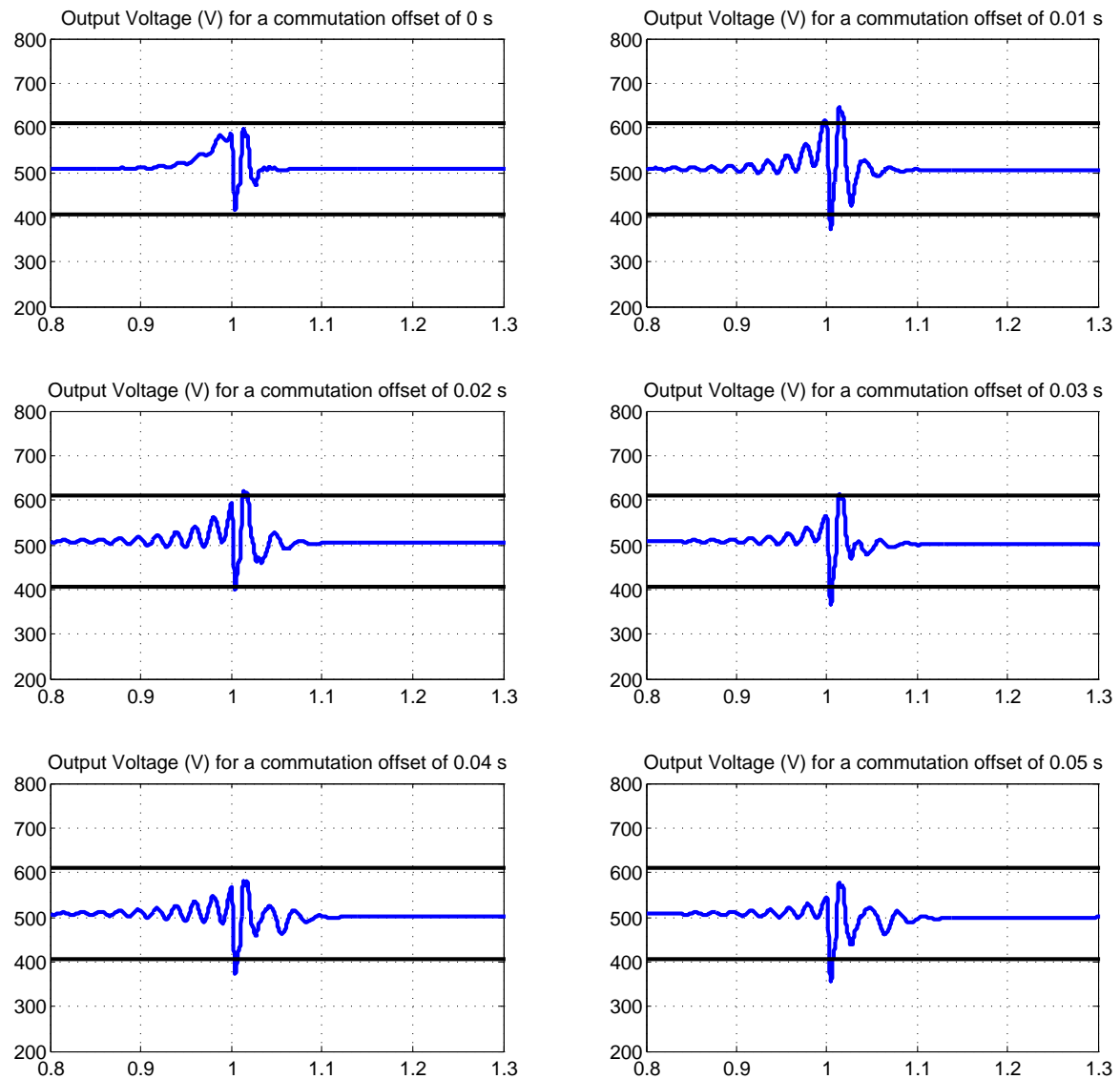


FIGURE 7.14 – Exemple 3 : Décalages positifs : *avance* de la commutation par rapport à l'entrée de commande

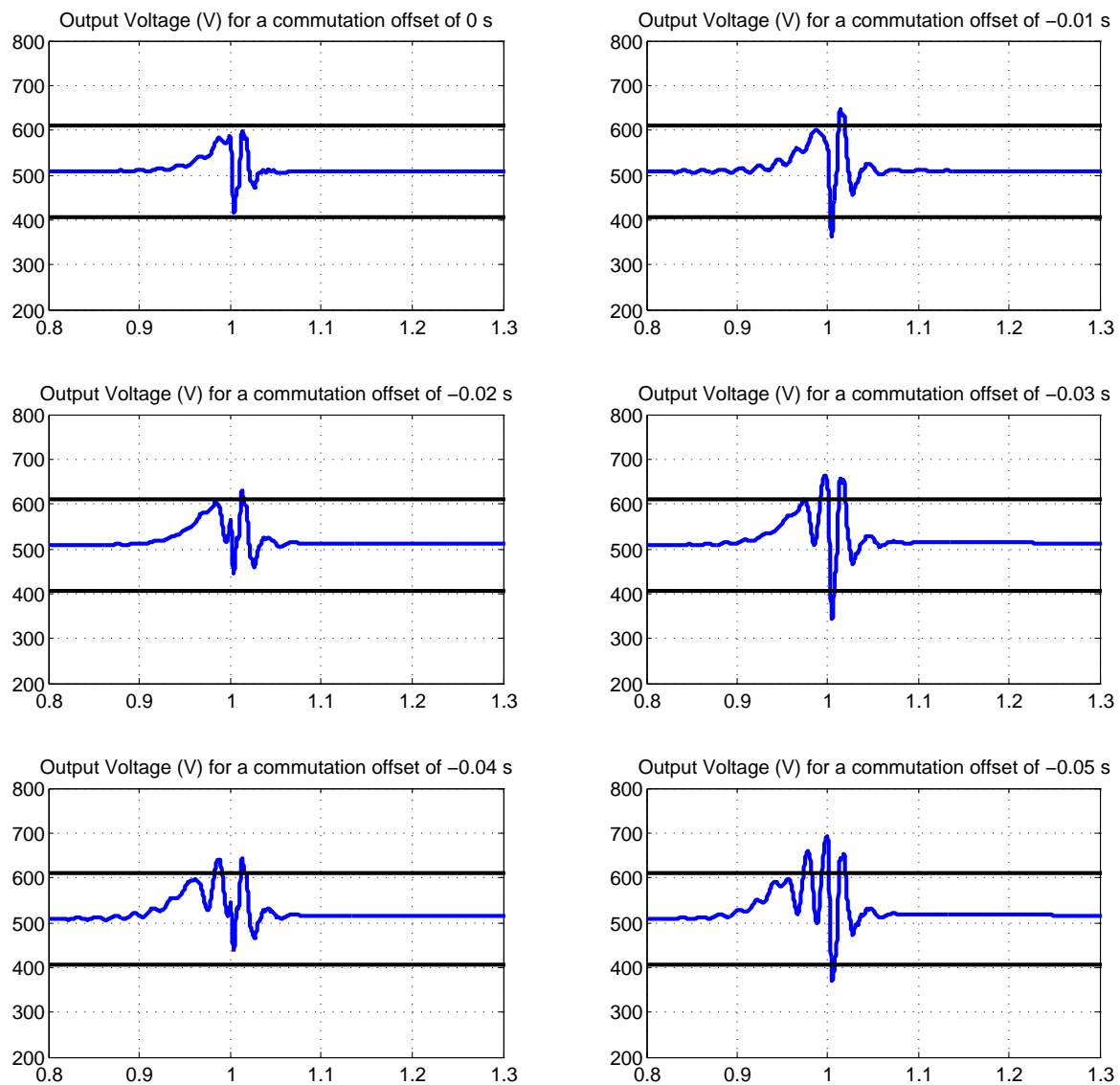


FIGURE 7.15 – Exemple 3 : Décalages négatifs : *retard* de la commutation par rapport à l'entrée de commande

7.4 Considérations Finales

Ces trois exemples ont pu illustrer que la performance est largement améliorée lorsque la stratégie décrite au chapitre 6 est utilisée. Le point faible de cette stratégie étant, bien évidemment, la synchronisation entre le changement de charge et le changement du régulateur.

Les exemples ont mis en évidence que, pour des petits décalages, la performance de la commande se dégrade peu. Et que par rapport aux résultats obtenus *sans* l'anticipation, la performance du régulateur est toujours améliorée lorsque la stratégie est utilisée. Comme la synchronisation sera assurée par un système automatisé, la stratégie globale de commande peut être considérée robuste. Cela se justifie par le fait que le décalage sera, *a priori*, toujours petit. En ce qui concerne ce problème, trois différentes situations ont été présentées.

7.4.1 Exemple 1

Dans le premier exemple la commande est robuste pour toutes les valeurs de décalage considérées. La valeur de x_d avant la commutation est un état d'équilibre, à l'intérieur des tolérances. Comme la commande *avant* et *après* la commutation ont des amplitudes comparables (voir figure 7.7), les décalages ne sont pas en mesure d'amener le système en dehors de ces tolérances. Pour cette situation, la plus favorable, la stratégie est très robuste.

A ce stade une question est donc très légitime : pourquoi x_d est un état d'équilibre du système ? Aucune hypothèse n'a été faite pour les valeurs de x_d : c'est simplement la solution de la procédure d'optimisation décrite au chapitre 6. Par contre, l'expérience montre que très souvent (même si ce n'est pas toujours le cas), la solution de la procédure est proportionnelle aux valeurs de régime permanent du système, qui sont des états d'équilibre.

A ce jour, cette question reste ouverte.

7.4.2 Exemple 2

La stratégie est robuste pour des décalages inférieurs à $0.02s$. La valeur de x_d avant la commutation est également une valeur d'équilibre. Par contre, au voisinage de l'instant de commutation, l'entrée de commande n'a pas les mêmes amplitudes (voir figure 7.7). Donc, en fonction du décalage le système peut être surexcité : dans ce cas il sera amené en dehors des tolérances.

Pour améliorer la robustesse, le compromis est simple : choisir les paramètres des régulateurs afin que la valeur finale des états *avant* la commutation garde une marge par rapport aux tolérances. De cette façon, même si le système est surexcité, il ne quittera pas les bornes autorisées.

7.4.3 Exemple 3

La stratégie respecte les tolérances juste pour des petits décalages. Cela est le pire des cas, et l'explication est très simple : la valeur de x_d *avant* la commutation n'est **pas** une valeur d'équilibre. De cette façon, le système ne peut pas "attendre" dans cette position, comme c'est le cas pour d'autres situations (voir l'exemple 1). Cet exemple est celui qui présente la plus grande amélioration de performance entre les trois présentés (voir figure 7.12). Et, comme on aurait pu s'y attendre, c'est celui qui présente la commande la moins robuste des trois exemples.

Si le système de synchronisation peut fournir une anticipation fiable de la commutation, cela n'est pas un problème. Par contre, si cela n'est pas le cas, une façon d'améliorer la robustesse pour cet exemple est de forcer l'état x_d à être un état d'équilibre. Cela peut être facilement mis comme contrainte pour la méthode d'optimisation. Plutôt que chercher dans l'espace des 9 états, elle doit chercher seulement sur droite des états proportionnels au régime permanent du système.

Le prochain chapitre conclut ce manuscrit, et des perspectives y sont dressées.

Troisième partie

Conclusion et Perspectives

Chapitre 8

Conclusion et Perspectives

Dans cette thèse nous avons proposé, dans un premier temps, des techniques d'analyse pour les réseaux électriques embarqués, et dans un deuxième temps, une stratégie de commande anticipative à Gains Programmés. Ce chapitre conclut ce manuscrit : un bilan des deux parties est présenté, et des perspectives sont dressées.

Sommaire

8.1	Première Partie : Analyse	127
8.2	Deuxième Partie : Commande	128
8.3	Perspectives	128

8.1 Première Partie : Analyse des Réseaux Électriques Embarqués

Dans la première partie de ce manuscrit une analyse complète des réseaux électriques embarqués est entreprise. Nous avons pu voir que les modèles utilisés pour représenter ces réseaux s'écrivent naturellement sous la forme Linéaire à Paramètres Variants, ou LPV. Nous avons aussi constaté que de très riches dynamiques sont présentes, et la synthèse de lois de commande peut s'avérer complexe.

Dans cette première partie, tout d'abord un tour d'horizon des résultats théoriques à propos des systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV) est présenté au chapitre 2. Comme on a pu le voir, la modélisation LPV est un très puissant outil pour le traitement de problèmes de commande non-linéaires avec des techniques linéaires. Les réseaux électriques étudiés au long de ce manuscrit ont un modèle qui évolue en fonction de la charge utilisée : la représentation LPV est donc adaptée. En plus de cela, des résultats bien établis concernant la stabilité existent pour les systèmes LPV. Dans la deuxième partie de cette thèse la stabilité du régulateur développé est prouvée à l'aide de ces résultats.

Au chapitre 3, nous avons attaqué la problématique concrète traitée au long du manuscrit. Le modèle utilisé, trouvé dans la littérature du domaine, est présenté. Certes, ce modèle n'est pas original, mais dans nos travaux nous avons utilisé une représentation plus raffinée que celle classiquement employée. Nous avons montré que, pour l'étude que nous avons menée, la représentation du réseau comme un alternateur couplé à des charges RL connaît des limites. Nous avons donc rajouté une capacité à ce modèle. Même si ce modèle est encore une simplification de la réalité, des dynamiques plus raffinées et réalistes sont mises en évidence lors des commutations de charge. Pour la synthèse de lois de commande, c'est un bon compromis entre complexité et réalisme : le modèle global ainsi obtenu est du 9^{ème} ordre. Un ordre plus élevé rendrait la synthèse de lois de commande encore plus complexe.

Au chapitre 4 une analyse complète des systèmes dynamiques obtenus est entreprise. Si pour des systèmes linéaires "habituels" la synthèse de lois de commande ne pose pas de difficultés particulières, les systèmes traités dans ce manuscrit présentent des modes très oscillants, parfois peu commandables. Nous avons montré que si ces caractéristiques ne sont pas prises en compte, il peut être impossible de faire la synthèse d'une loi de commande adaptée.

Nous avons proposé dans ce chapitre une *Distribution des Charges* en fonction de leur comportement dynamique. Les systèmes présentent des dynamiques qui peuvent être "groupées" selon des comportements bien définis. En fonction du groupe auquel appartient un système donné, la stratégie de commande doit être choisie de façon adéquate. Cette classification a permis de mettre en évidence les cas où des régulateurs "simples" (du type PI) sont suffisants, ainsi que les cas où une commande plus évoluée est nécessaire.

Pour analyser les commutations de charge, deux techniques sont également proposées dans ce chapitre : la première, qualitative, est la *Distance de Charge*. C'est une façon rapide de prévoir, *a priori*, si une commutation se passera bien ou pas. La deuxième technique, quantitative, est une fonction d'estimation qui calcule, de façon assez précise, la variation de la tension de sortie après une commutation. Cette fonction est utilisée pour la stratégie proposée au chapitre 6 dans la deuxième partie de ce manuscrit.

Avec les modèles et les outils proposés dans cette première partie, nous étions en mesure de proposer des lois de commande pour les réseaux électriques embarqués. C'est le sujet de

la deuxième partie de ce manuscrit.

8.2 Deuxième Partie : Commande des Réseaux Électriques Embarqués

La deuxième partie de ce manuscrit commence, dans le chapitre 5, avec un tour d’horizon à propos des techniques de commande actuellement employées pour les réseaux électriques embarqués. Quatre stratégies différentes sont présentées, et le chapitre se termine par une mise en perspective de la commande que nous proposons au chapitre 6 : une *Commande Anticipative à Gains Programmés*.

Tout d’abord nous avons pu voir que des techniques “simples”, telles que les régulateurs PI, sont encore largement utilisées pour la commande des réseaux électriques embarqués. Si pour plusieurs situations ces régulateurs sont satisfaisants, pour d’autres ils s’avèrent insuffisants. Nous utilisons dans le chapitre 6 des techniques de commande optimale : un régulateur avec plus de degrés de liberté peut donc être obtenu.

Classiquement, une approche basée sur le “rejet de perturbation” est utilisée : le système subit l’impact de charge, et le régulateur de tension doit ramener cette grandeur à sa valeur nominale. Notre stratégie est différente : avant que l’impact ne se produise, le système est amené à un état plus favorable à celui-ci. C’est ce que désignent le terme *Commande Anticipative*. La commande a pour but d’anticiper un événement que peut subir le système, et donc de mieux le préparer à cet événement. Dans notre cas, nous utilisons l’information qui concerne l’imminence d’un impact de charge.

Notre commande est également à Gains Programmés : pour toute commutation de charge, deux régulateurs sont calculés. Le premier commandera le système *avant* la commutation, et le deuxième le système *après* celle-ci. Chacun de ces régulateurs est obtenu avec les matrices d’état des systèmes respectifs : leurs gains sont donc différents.

Les résultats classiques de commande optimale ont été étendus pour s’adapter à notre problème précis. Choisir les paramètres de la fonction à minimiser dépend de plusieurs facteurs, et une discussion est entreprise au chapitre 6. Pour un de ces paramètres, l’état final du système *avant* la commutation, ce choix est fait sous la forme d’un problème d’optimisation.

Le chapitre 7 présente des exemples de la stratégie de commande développée. Nous avons pu voir que la performance lors de la commutation est toujours améliorée. Cependant, le point faible de cette commande est la synchronisation entre le changement du régulateur et la commutation de charge. Augmenter la robustesse de la commande face à cette synchronisation est une des perspectives directes de ces travaux, comme discuté par la suite.

8.3 Perspectives

Des nombreuses perspectives s’ouvrent à l’issue de ces travaux. Nous proposons dans la suite quelques suggestions à propos de futures recherches qui peuvent être entreprises.

8.3.1 Analyse de Stabilité et Performance des Systèmes LPV avec d’autres Outils

Au long des travaux présentés, la stabilité des régulateurs obtenus s’appuie sur la théorie de Lyapunov. D’autres résultats, comme par exemple ceux présentés dans l’annexe A peuvent

être utilisés. Étudier si ces résultats seront moins conservatifs est une perspective intéressante.

Pour étudier la performance de systèmes, dans nos travaux nous avons utilisé surtout des simulations. Une preuve formelle alliant les résultats présentés dans le chapitre 2 et l'annexe A est également une perspective.

8.3.2 Commande des Charges Instables

Comme nous avons pu voir au chapitre 4, il existe une classe, relativement petite, de systèmes instables. Commander ces systèmes est très difficile : compte-tenu des saturations de la commande, cela n'est pas toujours possible. Étudier davantage ces situations est une perspective intéressante.

8.3.3 Commande Intelligente Basée sur la Classification des Charges

Les lois de commande que nous développons dans cette thèse considèrent que la situation du système est connue. Les régulateurs sont donc conçus pour les charges précises qui modélisent le système pour un point de fonctionnement donné. Mais, comme discuté au chapitre 4, les charges peuvent être distribuées dans des groupes en fonction de leur comportement dynamique.

Une perspective très intéressante pour cette partie de nos travaux repose sur ce fait. Plutôt que commander chaque charge particulière, un système intelligent de supervision (comme présenté à la figure 1.1) pourrait indiquer à un régulateur à quel groupe particulier la charge appartient. De cette façon les régulateurs seraient conçus pour les groupes, et non pas pour les charges. L'intérêt d'une telle commande serait de "faciliter" la tâche du système de supervision : il est plus simple de définir le groupe d'une charge que ses valeurs précises de R , L et C .

8.3.4 Prise en Compte de Toutes les Contraintes lors de la Synthèse des Régulateurs

Au chapitre 6 nous avons développée une stratégie de commande anticipative. Le choix des paramètres est fait, pour l'état final désiré avant la commutation, au travers d'un problème d'optimisation. Ce problème prend en compte l'amplitude de la tension de sortie, mais les courants internes ne sont pas considérés. Intégrer cette contrainte à la méthode serait une perspective intéressante.

Il serait également intéressant d'intégrer les saturations de la commande à la méthode de synthèse. Actuellement cela se fait avec une méthode d'essai-erreur, et des blocs de saturation sont utilisés.

8.3.5 Simplification du Réglages des Régulateurs

Le régulateur proposé au chapitre 6 repose sur le choix de 12 paramètres différents, ainsi qu'une amplitude maximale de déviation pour le problème d'optimisation. Ces 13 paramètres ont des effets qui ne sont pas indépendants les uns des autres. Une étude plus approfondie pour diminuer le nombre de paramètres à régler serait donc souhaitable.

8.3.6 Robustesse de la Commande

La robustesse de la stratégie de commande face à la synchronisation entre le changement des régulateurs et des charges doit être étudiée en plus grande profondeur. Cela est la principale “faiblesse” de la stratégie telle que nous la proposons. Prendre ce phénomène en compte lors de la synthèse est une voie possible pour augmenter la robustesse du régulateur.

8.3.7 Banc d’Essai

La perspective la plus directe et la plus intéressante est certainement le montage d’un banc d’essai expérimental. La topologie de commande développée au chapitre 6 présente deux degrés de liberté : sur un banc il sera possible d’entreprendre une analyse complète de la stratégie proposée en tenant compte de la topologie complète.

Dans un premier temps, un système électrique simple, composé d’un alternateur et de charges linéaires pourrait être mis en place. Cela permettrait de valider les lois de commande développées dans cette thèse. Ensuite, pour représenter des situations plus réelles, ainsi que pour tester la robustesse des lois de commandes, des charges non-linéaires peuvent être utilisées. Sur un banc, ces charges peuvent être, par exemple, des machines asynchrones.

Quatrième partie

Annexes

Annexe A

Résultats de Stabilité pour les Systèmes LPV

Dans cette annexe des résultats de stabilité supplémentaires pour les systèmes LPV sont présentés. Ce sont des alternatives à l'approche de Lyapunov présentée au chapitre 2. L'utilisation d'une (ou plus) de ces stratégies aux problèmes exposés dans cette thèse est une des perspectives à nos travaux. A priori les techniques de Lyapunov semblent plus adaptées, mais au cours des trois ans de thèse nous n'avons pas répondu de façon définitive à cette question.

Sommaire

A.1	Multi-Modèles - Systèmes Interpolés	135
A.2	Stabilité Entrée/Sortie : Théorie du Faible Gain	137
A.3	Résultats de Stabilité pour les Systèmes LPV Descripteurs . . .	140
A.4	Considérations Finales	143

A.1 Multi-Modèles - Systèmes Interpolés

La première approche présentée est celle des Multi-Modèles, qui est en fait une généralisation des systèmes interpolés. Les travaux de base pour cette section sont ceux de M. Chadli [Chadli, 2002] et [Chadli et al., 2000]. L'intérêt majeur de cette approche est dans le fait qu'elle s'applique à une classe très générale de systèmes, comme on verra par la suite. Cette technique peut donc être utilisée pour prouver la stabilité des systèmes LPV. Cela n'est cependant pas la seule application des multi-modèles, nombreuses dans la littérature. Des applications dans la commande adaptative sont trouvées par exemple dans [Zhang et al., 2008]. On peut également trouver dans [Orjuela et al., 2008] l'utilisation des multi-modèles pour l'estimation des états et de l'entrée d'un système non-linéaire.

Initialement, on définit un multi-modèle obtenu par linéarisation (il y a d'autres formes de l'obtenir). Soit le système non-linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (\text{A.1})$$

avec $f(\cdot)$ continûment dérivable. La linéarisation de ce système autour d'un point de fonctionnement arbitraire $(x_i, u_i) \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m$ est :

$$\dot{x}(t) = A_i(x(t) - x_i) + B_i(u(t) - u_i) + f(x_i, u_i) \quad (\text{A.2})$$

Elle peut encore être écrite comme :

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + d_i \quad (\text{A.3})$$

avec

$$A_i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{x=x_i, u=u_i} \quad B_i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{x=x_i, u=u_i} \quad d_i = f(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i \quad (\text{A.4})$$

En supposant que tous les modèles locaux sont issus d'une linéarisation comme on vient de décrire, autour de n points de fonctionnement (x_i, u_i) , la formulation multi-modèle sera alors :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + d_i) \quad (\text{A.5})$$

où $\mu_i(z(t))$, $i \in \mathbb{I}_n$ sont les fonctions d'activation et $z(t)$ est le vecteur des variables de décision dépendant des variables d'état mesurables et éventuellement aussi de la commande $u(t)$. Le nombre de modèles locaux n dépend de la précision souhaitée, de la complexité du système non-linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation.

Hypothèse A.1.1. *Les fonctions d'activation $\mu_i(x(t))$ sont continûment dérivables.*

On a aussi concernant les fonctions d'activation la définition, qui sera très utile pour la suite :

Définition A.1.1. *Les fonctions d'activation ont les propriétés suivantes :*

$$\mu_i(z(t)) \geq 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{i=1}^n \mu_i(z(t)) = 1 \quad (\text{A.7})$$

Cela nous amène au résultat suivant :

Théorème A.1.1. *Compte tenu de la définition (A.1.1) on peut énoncer que les inégalités suivantes sont vérifiées $\forall r \in \{2, \dots, n\}$:*

$$\sum_{i \neq j:1}^n \mu_i(z) \mu_j(z) \leq 1 - \frac{1}{r} \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{i=1}^n \mu_i^2(z) \mu_j(z) \geq \frac{1}{r} \quad (\text{A.9})$$

Par simplicité, par la suite seront considérés les multi-modèles qui ne prennent pas en compte le terme d_i . Cela nous amène à :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{A.10})$$

En effet, il y a d'autres méthodes d'identification des multi-modèles qui aboutissent directement à cette représentation qui sont décrits dans [Chadli, 2002].

Plusieurs résultats intermédiaires sont donnés dans l'ouvrage (lois de commande stabilisantes, synthèse de multi-observateurs, ...), mais on essaiera ici d'aller aux principaux concernant la stabilité.

La stabilité des systèmes multi-modèles peut être prouvée en démontrant l'existence d'une fonction candidate de Lyapunov *polyquadratique*, qui ne dépend que de l'état du système, et qui a la forme :

$$V(x(t)) = x(t)^T P(x(t)) x(t) \quad (\text{A.11})$$

avec

$$P(x(t)) = \sum_{i=1}^n \mu_i(x(t)) P_i, P_i > 0 \quad (\text{A.12})$$

Cette fonction, comme décrit dans [Chadli, 2002] respecte les conditions nécessaires pour être candidate à une fonction de Lyapunov.

En calculant la dérivée par rapport au temps de la fonction candidate de Lyapunov (A.11) on arrive à :

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}(t)^T P(x(t)) x(t) + x(t)^T P(x(t)) \dot{x}(t) + x(t)^T \dot{P}(x(t)) x(t) \quad (\text{A.13})$$

et le dernier terme $x(t)^T \dot{P}(x(t)) x(t)$ peut être majoré comme suit :

$$\begin{aligned} x(t)^T \dot{P}(x(t)) x(t) &= x(t)^T \sum_{i=1}^n \left\langle \frac{\partial \mu_i(x(t))}{\partial x(t)}, \frac{\partial x(t)}{\partial t} \right\rangle P_i x(t) \\ &\leq x(t)^T \sum_{i=1}^n \left| \left(\frac{\partial \mu_i(x(t))}{\partial x(t)} \right) \dot{x}(t) \right| P_i x(t) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Dans le cas où on peut majorer le terme $\left| \left(\frac{\partial \mu_i(x(t))}{\partial x(t)} \right) \dot{x}(t) \right|$ indépendamment de l'état (ou de sa variation), on aura l'hypothèse suivante :

Hypothèse A.1.2. *il existe un scalaire $v > 0$ tel que $\left| \left(\frac{\partial \mu_i(x(t))}{\partial x(t)} \right) \dot{x}(t) \right| \leq v, \forall x(t) \in \mathbb{R}^p, i \in \mathbb{I}_n$.*

Et il est donc possible d'écrire :

$$x(t)^T \dot{P}(x(t))x(t) \leq x(t)^T v \sum_{i=1}^n P_i x(t) \quad (\text{A.15})$$

et dans ces conditions la dérivée de la fonction de Lyapunov (A.13) peut être formulée comme :

$$\dot{V}(x(t)) \leq \dot{x}(t)^T P(x(t))x(t) + x(t)^T P(x(t))\dot{x}(t) + x(t)^T v \sum_{i=1}^n P_i x(t) \quad (\text{A.16})$$

Si l'hypothèse (A.1.2) est vérifiée, les conditions de stabilité obtenues sont globales. Si cela n'est pas le cas, elles ne seront que locales.

On peut enfin présenter le résultat concernant la stabilité du système global en boucle fermée [Chadli, 2002] :

Théorème A.1.2. *S'il existe des matrices symétriques définies positives Q et $P_i, i \in \mathbb{I}_n$ et des matrices symétriques U et V qui vérifient les LMI suivantes :*

$$P_i > P_{j+r}, i \in \mathbb{I}_n, j \in \mathbb{I}_{n-r} \quad (\text{A.17})$$

$$A_i^T P_i + P_i A_i \leq U, \forall i \in \mathbb{I}_n \quad (\text{A.18})$$

$$A_i^T P_j + P_j A_i + A_j^T P_i + P_i A_j \leq 2V, \forall (i, j) \in \mathbb{I}_n^2, i < j \quad (\text{A.19})$$

$$U - V \leq 0 \quad (\text{A.20})$$

$$V + r^{-1}(U - V) + v \sum_{i=1}^r P_i < -Q \quad (\text{A.21})$$

avec $\mu_i(z(t))\mu_j(z(t)) \neq 0$, r le nombre maximal de modèles locaux activés à chaque instant et v une borne sur la variation d'état préalablement évaluée (hypothèse (A.1.2)). Alors le point d'équilibre du multi-modèle (A.10) est globalement exponentiellement stable.

D'autres résultats concernant la stabilité des systèmes multi-modèles sont donnés dans ce travail, ainsi que des exemples d'application. En effet, le nombre d'inégalités à vérifier est élevé, ce qui est un inconvénient. Néanmoins, il est tout de même très remarquable de prouver de façon analytique la stabilité de systèmes qui peuvent être, à la base, des interpolations de modèles locaux.

A.2 Stabilité Entrée/Sortie : Théorie du Faible Gain

La théorie du faible gain est très utilisée dans le cadre des systèmes incertains, et peut aussi être utilisée pour les systèmes LPV. Pour sa définition et application dans le cadre de la synthèse fréquentielle H_∞ robuste où elle est très répandue, une référence très complète se trouve dans [Scorletti and Fromion, 2004].

La théorie du faible gain prouve la stabilité des systèmes dans le sens entrée/sortie. Comme l'analyse se fait d'un point de vue externe, il n'y a absolument aucune contrainte sur les opérateurs. Ceux-ci peuvent être linéaires ou non-linéaires, non stationnaires, avec ou sans mémoire. Cela peut être spécialement intéressant pour prouver la stabilité de systèmes en cascade, comme par exemple dans [Jiang and Marcell, 1997] et [Lin and Gong, 2003].

Dans cette section, basée principalement sur les travaux de Biannic [Biannic, 1996], des résultats de stabilité pour les systèmes LPV seront brièvement présentés. Avant d'arriver au théorème de stabilité, quelques concepts doivent être préalablement définis :

Définition A.2.1. Espace \mathbb{E} Soit l'espace \mathbb{E} l'espace des fonctions définies sur \mathcal{R}^+ , à valeurs dans \mathcal{R} , mesurables au sens de Lebesgue. Par extension \mathbb{E}^n est l'espace des fonctions $f(.) = [f_1(.), \dots, f_n(.)]^T$ telles que chaque composante f_i appartienne à \mathbb{E} .

Définition A.2.2. Espace \mathcal{L}_q On note \mathcal{L}_q l'espace des fonctions $f(.)$ de \mathbb{E} telles que :

$$\begin{cases} \int_0^\infty |f(t)|^q dt < \infty & \text{si } q < \infty \\ f(.) \text{ est essentiellement bornée} & \text{si } q \rightarrow \infty \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Définition A.2.3. Espace $\mathcal{L}_{q,e}$ On note $\mathcal{L}_{q,e}$ l'extension de \mathcal{L}_q à l'espace des fonctions $f(.)$ de \mathbb{E} telles que :

$$\forall T > 0, f_T(.) \in \mathcal{L}_q \quad (\text{A.23})$$

où $f_T(.)$ est la troncature de $f_T(t)$:

$$\begin{cases} f_T(t) = f(t) & \text{si } t \leq T \\ f_T(t) = 0 & \text{si } t > T \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

Avec ces définitions il est enfin possible de définir la stabilité \mathcal{L}_q , qui sera la base du théorème du faible gain :

Définition A.2.4. Stabilité \mathcal{L}_q L'opérateur H_{x_0} (ou le système associé) est dit \mathcal{L}_q -stable si :

$$\begin{cases} \forall u \in \mathcal{L}_{q,e}^m, H(u) \in \mathcal{L}_{q,e}^m \\ \exists(\gamma, \beta) / \forall u \in \mathcal{L}_{q,e}^m, \forall T > 0, \|(H(u))_T\|_q \leq \gamma \|u_T\|_q + \beta \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

S'il existe une valeur de γ qui vérifie (A.25), alors toutes les valeurs supérieures vont aussi la vérifier. On s'intéresse donc à la plus petite des valeurs, que l'on appellera le **Gain** \mathcal{L}_q de l'opérateur. Quant au terme résiduel β , il est nul dans l'absence de conditions initiales, comme détaillé dans [Biannic, 1996].

Avec ce bagage assez étendu de définitions, la forme générale du théorème du faible gain peut enfin être énoncée [Biannic, 1996] :

Théorème A.2.1. Théorème du Faible Gain

Étant donnés deux opérateurs H_1 et H_2 (cf. figure (A.1), extraite de [Biannic, 1996]), \mathcal{L}_q stables, de gains respectifs γ_1 et γ_2 tels que :

$$\gamma_1 \gamma_2 < 1$$

$$\text{et } \forall u_1 \in \mathcal{L}_{q,e}^{m_1}, \forall u_2 \in \mathcal{L}_{q,e}^{m_2}, \forall T > 0$$

$$\begin{aligned} \|(e_1)_T\|_q &\leq \frac{1}{1-\gamma_1\gamma_2} (\|(u_1)_T\|_q + \gamma_2 \|(u_2)_T\|_q + \beta_2 + \gamma_2\beta_1) \\ \|(e_2)_T\|_q &\leq \frac{1}{1-\gamma_1\gamma_2} (\|(u_2)_T\|_q + \gamma_1 \|(u_1)_T\|_q + \beta_1 + \gamma_1\beta_2) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Alors le système en boucle fermée est \mathcal{L}_q stable, des entrées (u_1, u_2) vers les sorties (y_1, y_2) .

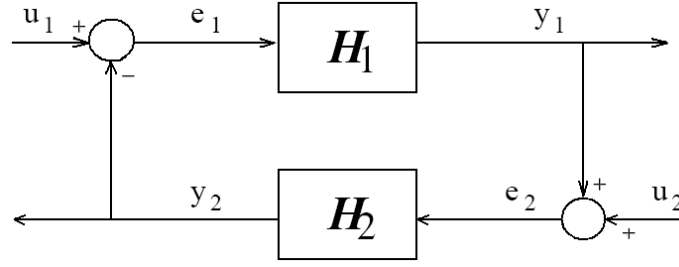
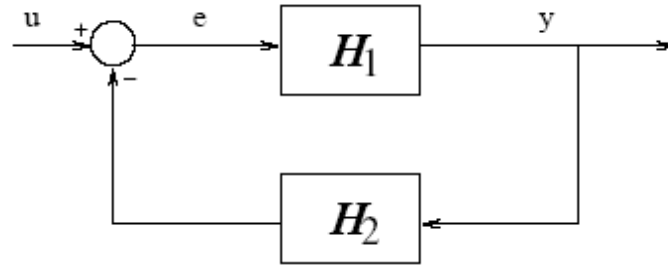


FIGURE A.1 – Interconnection des systèmes

FIGURE A.2 – Schéma Simplifié par l'absence du signal u_2

Dans le cas où u_2 est nul (absence de bruits de mesure) le schéma se simplifie, comme montré sur la figure (A.2), extraite de [Biannic, 1996].

Et les mêmes hypothèses sur les opérateurs H_1 et H_2 conduisent à :

$$\|y_1\|_q \leq \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1\gamma_2} \|u_1\| \quad (\text{A.27})$$

ce qui implique la $\mathcal{L}_{q,e}$ stabilité des systèmes rebouclés dont le gain est borné par :

$$\gamma = \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1\gamma_2} \quad (\text{A.28})$$

On retrouve donc la la forme “classique” du théorème du faible gain :

Théorème A.2.2. Forme Classique du théorème du Faible Gain

Si l'opérateur H_1 est \mathcal{L}_q stable et le produit H_1H_2 est \mathcal{L}_q stable de gain strictement borné par 1, alors le système en boucle fermée (cf. figure (A.2)) est \mathcal{L}_q stable de l'entrée u vers la sortie y .

Comme déjà souligné à l'introduction de cette section, ce théorème assure la stabilité d'un système en boucle fermée à partir d'informations du type *entrée/sortie* sur des éléments de la boucle ouverte. Comme l'analyse se fait d'un point de vue externe, il n'y a absolument aucune contrainte sur les opérateurs.

A.2.1 Liens entre stabilité selon Lyapunov et la Stabilité Entrée/Sortie

Il existe des liens entre la stabilité selon Lyapunov et la stabilité entrée/sortie. Ces liens présentent un réel intérêt, dans le sens où l'on peut, par exemple, établir la stabilité \mathcal{L}_2 d'un

système à partir d'une fonction de Lyapunov. De cette façon, on peut prouver la stabilité selon Lyapunov et avoir un gain \mathcal{L}_2 borné par une valeur γ qui évalue la performance. Le problème précis posé est celui de trouver des conditions suffisantes pour que la stabilité asymptotique uniforme entraîne la stabilité entrée/sortie. La solution ici proposée est assez générale [Biannic, 1996] :

Théorème A.2.3. Lien entre Stabilité selon Lyapunov et la Stabilité Entrée/Sortie
Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t) \\ y(t) = h(x, u, t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

où f est continûment différentiable, et h continue. En outre, la trajectoire $x \equiv 0$ est une trajectoire d'équilibre pour le système non excité ($f(0, 0, t) = 0$).

Si on vérifie les conditions suivantes :

- $x \equiv 0$ est globalement exponentiellement stable
- $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial h}{\partial x}$ sont globalement bornées
- $\exists k_1, k_2, k_3 \geq 0 / \|h(x, u, t)\| \leq k_1 \|x\| + k_2 \|u\| + k_3$

alors $\exists \gamma > 0 / \forall \|x_0\| \leq \delta, \forall \beta \geq 0$,

$$\|y\|_\infty \leq \gamma \|u\|_\infty + \beta \quad (\text{A.30})$$

Ce théorème met en place des hypothèses peu restrictives. Cependant, s'il prouve la stabilité entrée/sortie (au sens de \mathcal{L}_∞) il ne donne pas d'informations quant au gain \mathcal{L}_2 obtenu. En plus, sous les hypothèses d'observabilité et de détectabilité uniforme, la réciproque peut être établie, mais à condition d'avoir une stabilité asymptotique plutôt que exponentielle [Biannic, 1996] :

Théorème A.2.4. Une réalisation uniformément observable et uniformément atteignable d'un système stable au sens de la stabilité entrée/sortie, est globalement asymptotiquement stable au sens de Lyapunov.

Donc, comme montré dans cette section, des liens entre la stabilité au sens de Lyapunov et la théorie du faible gain existent. Davantage de détails peuvent être trouvés dans la littérature du domaine, les références ici citées étant un bon point de départ.

A.3 Résultats de Stabilité pour les Systèmes LPV Descripteurs

Dans cette section les récents résultats décrits dans [Bouali et al., 2008] seront brièvement présentés. Cet article aborde le problème de la synthèse de régulateurs à Gains Programmés avec des observateurs pour des systèmes LPV descripteurs. La stabilité est prouvée, et les résultats sont plutôt encourageants. L'inconvénient majeur (comme discuté par la suite) est que la complexité de ces techniques croît avec l'ordre du système. Pour cette raison, ces résultats ne sont pas applicables directement au problème de ce manuscrit, mais cela reste une perspective intéressante.

Soit le modèle LPV de l'équation (2.1), ici rappelé :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ z_p \\ y \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|cc} A(\delta(t)) & B_p(\delta(t)) & B(\delta(t)) \\ \hline C_p(\delta(t)) & D_p(\delta(t)) & E(\delta(t)) \\ C(\delta(t)) & F(\delta(t)) & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x \\ w_p \\ u \end{pmatrix} \quad (\text{A.31})$$

Des résultats intéressants se dérivent lorsqu'on suppose que les matrices $A(\delta(t))$, $B(\delta(t))$ et $C(\delta(t))$ de ce modèle sont des fonctions rationnelles de δ . Ce modèle peut, dans ce cas, toujours s'écrire sous la forme d'un système descripteur avec des fonctions affines ou constantes en $\delta(t)$ [Masubuchi et al., 2003] :

$$\begin{cases} E\dot{\hat{x}}(t) &= A(\delta(t))\hat{x}(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) \\ y(t) &= C_2x(t) \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

où \hat{x} est composé par les éléments de $x(t)$ et par des variables qui vérifient des équations algébriques avec $x(t)$. La matrice des coefficients $A(\delta(t))$ est affine, et les matrices E , B et C sont constantes.

La base de la théorie ici décrite est dans la définition de l'admissibilité. Pour des systèmes LPV descripteurs, la définition donnée dans [Masubuchi et al., 2003] est considérée. Soit n_1 la dimension du système LPV (A.31) et n celle du système descripteurs étendu de la représentation (A.32). Un premier théorème peut être énoncé [Bouali et al., 2008] :

Théorème A.3.1. *Le système descripteur $E\dot{x} = A(\delta)x$ est admissible s'il existe des fonctions continûment différentiables $P : \theta \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$, $S : \theta \rightarrow \mathbb{R}^{(n-n_1) \times (n-n_1)}$ et une matrice $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$ telles que pour tout $\delta(\cdot)$ dans les trajectoire possibles :*

$$P(\delta) = P(\delta)^T > 0 \quad \text{and} \quad S(\delta) = S(\delta)^T > 0 \quad (\text{A.33})$$

$$\begin{pmatrix} -(W + W^T) & W^T A^T(\delta) + \Phi(\delta) & W^T \\ \bullet & -\Phi(\delta) + \begin{pmatrix} \frac{dP(\delta)}{dt} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & 0 \\ \bullet & \bullet & -\Phi(\delta) \end{pmatrix} \prec 0 \quad (\text{A.34})$$

$$\text{où } \Phi(\delta) = \begin{pmatrix} P(\delta) & 0 \\ 0 & S(\delta) \end{pmatrix}$$

Le but principal est de développer un régulateur de type observateur/retour d'état qui a une dépendance rationnelle dans le paramètre $\delta(t)$ [Bouali et al., 2008] :

$$(K_r) : \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = A_r(\delta)\hat{x}_1 + B_r(\delta)u + L_r(\delta)(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = C_r(\delta)\hat{x}_1 + D_r(\delta)u \\ u = F_r(\delta)\hat{x}_1 + G_r(\delta)(\hat{y} - y) \end{cases} \quad (\text{A.35})$$

où $L_r(\delta)$ et $F_r(\delta)$ sont respectivement les observateurs et retour d'état qui varient dans le temps. La dépendance paramétrique est rationnelle pour les deux gains. Comme montré dans [Bouali et al., 2006], si la représentation (A.31) est rationnelle, elle peut toujours être réécrite sous la forme d'un système descripteur :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} I_{n1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1(\delta) & A_2(\delta) \\ A_3(\delta) & A_4(\delta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} w \\ y(t) = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{A.36})$$

où $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \end{pmatrix}^T \in \mathbb{R}^n$

Le régulateur est calculé sur cette réalisation descripteur affine équivalente. Il est donc écrit comme :

$$\begin{cases} E\dot{\hat{x}} = A(\delta)\hat{x} + Bu + L(\delta)(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = C\hat{x} \\ u = F(\delta)\hat{x} \end{cases} \quad (\text{A.37})$$

Les matrices E , A , B et C , ainsi que le vecteur d'état généralisé \hat{x} sont définis en (A.36). De plus :

$$L(\delta) = \begin{pmatrix} L_1(\delta) \\ L_2(\delta) \end{pmatrix} \quad F(\delta) = \begin{pmatrix} F_1(\delta) & F_2(\delta) \end{pmatrix} \quad (\text{A.38})$$

Avec ces définitions il est possible d'énoncer deux théorèmes distincts pour la synthèse d'un retour d'état LPV ainsi que d'un gain d'observateur. Ces deux gains auront une dépendance rationnelle avec le paramètre $\delta(t)$. Cependant, dans cette section on se tiendra au résultat principal de [Bouali et al., 2008] :

Théorème A.3.2. *Il existe un régulateur observateur/retour d'état rationnel qui stabilise le système LPV rationnel donné par (A.31) s'il existe un régulateur observateur/retour d'état descripteur donné par (A.37) qui stabilise le système LPV descripteur (A.36). Les gains du retour d'état et de l'observateur sont des fonctions rationnelles données par :*

$$F_r(\delta) = (I - F_2(\delta)(A_4(\delta) + B_2F_2(\delta))^{-1}B_2)F_R(\delta) \quad (\text{A.39})$$

$$L_r(\delta) = L_1(\delta) - A_2(\delta)A_4(\delta)^{-1}L_2(\delta) \quad (\text{A.40})$$

avec

$$F_R(\delta) = F_1(\delta) - F_2(\delta)A_4(\delta)^{-1}A_3(\delta) \quad (\text{A.41})$$

et la matrice $G_r(\delta)$ est donnée par :

$$G_r(\delta) = -F_2(\delta)(A_4(\delta) + B_2F_2(\delta))^{-1}L_2(\delta) \quad (\text{A.42})$$

Comme décrit à l'introduction de cette section, le principal inconvénient de cette technique réside dans la complexité à évaluer ce théorème pour un système d'ordre élevé. De toute façon, il est remarquable d'avoir des résultats généraux de stabilité pour des systèmes LPV, avec la seule hypothèse de la dépendance rationnelle. Une discussion à propos de la résolution numérique des LMI, utile pour cette problématique, se trouve dans [Masubuchi et al., 2003].

A.4 Considérations Finales

Dans cette annexe sont cités les résultats les plus importants concernant la stabilité des systèmes LPV. Cependant, cette liste n'est évidemment pas exhaustive. Le résultat le plus important pour les systèmes LPV étant sans doute celui de Lyapunov, il est intégré dans le corps du manuscrit, mais ces derniers ont aussi leur place.

Une dernière approche qui pourrait être mentionnée est l'*Analyse de Contraction*. Une synthèse est donnée par Lohmiller [Lohmiller and Slotine, 1998], et plusieurs travaux ont été faits par Jouffroy [Jouffroy, 2002], [Jouffroy, 2003]. D'après les auteurs, cette approche est plus générale que celle de Lyapunov : la convergence vers une trajectoire d'équilibre est étudiée, plutôt que celle autour d'un point.

Toutes les preuves présentées dans cette annexe peuvent être utilisées pour prouver la stabilité des réseaux électriques décrits dans ce manuscrit. Ce lien n'étant pas encore claire à ce jour, on a choisi de présenter ces résultats en annexe. C'est une perspective de recherche pour la suite des travaux.

Annexe B

Commande Optimale

Cette annexe décrit en détails la mise en équations qui aboutit à la commande optimale présentée à l'équation 6.5 du théorème 6.2.1. La procédure utilisée pour la résolution sera également détaillée. Les conditions de la commande optimale sont très bien définies. Par contre, la solution des équations différentielles dépend directement du choix de la fonction objective (équation (6.4)). Cette démonstration s'inspire de celle présentée dans [Lewis, 1986].

Sommaire

B.1 Les Équations	147
B.2 Résolution des Équations de la Commande Optimale	149

B.1 Les Équations

Le système (3.21) a des dynamiques linéaires. Pour que la démonstration soit plus claire, le système sera décrit comme :

$$\dot{\mathbf{x}} = E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge})^{-1} A_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge}) \mathbf{x} + E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge})^{-1} B_{sys} \mathbf{u} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad (\text{B.1})$$

ce qui veut dire que pour ω , R_{charge} , L_{charge} et C_{charge} donnés :

$$A = E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge})^{-1} A_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge}) \quad (\text{B.2})$$

$$B = E_{sys}(\omega, R_{charge}, L_{charge}, C_{charge})^{-1} B_{sys} \quad (\text{B.3})$$

Pour définir le problème de la commande optimale, tout d'abord, soit $H(x, u, t)$ l'Hamiltonien :

$$H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) \quad (\text{B.4})$$

où $L(x, u, t)$ est défini à l'équation (6.3), λ sont les Multiplicateurs de Lagrange (qui ont l'ordre du système) et $f(x, u, t) = Ax + Bu$ est l'équation dynamique du système. Cette expression est donc égale à :

$$H(x, u, t) = \frac{1}{2} \left((x(t) - x_c)^T Q (x(t) - x_c) + (u(t) - u_c)^T R (u(t) - u_c) \right) + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (\text{B.5})$$

L'équation du coétat est défini à partir du Hamiltonien comme étant :

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^T \lambda + \frac{\partial L}{\partial x} \quad (\text{B.6})$$

Le dernier terme est égal à :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2} \left((x(t) - x_c)^T Q (x(t) - x_c) \right) \quad (\text{B.7})$$

Comme la matrice Q est symétrique :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = Q (x(t) - x_c) \quad (\text{B.8})$$

ce qui définit l'équation du coétat :

$$-\dot{\lambda} = Q (x(t) - x_c) + A^T \lambda \quad (\text{B.9})$$

La condition stationnaire est définie comme :

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial f^T}{\partial u} \lambda \quad (\text{B.10})$$

ce qui revient à :

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = R(u(t) - u_c) + B^T \lambda \quad (\text{B.11})$$

Donc, la commande optimale en fonction des multiplicateurs λ est égale à :

$$u(t) = -R^{-1}B^T\lambda(t) + u_c \quad (\text{B.12})$$

Enfin, la dernière équation qui doit être prise en compte est celle des conditions aux limites :

$$(\phi_x - \lambda)^T \Big|_T dx(T) + (\phi_t + H)|_T dT = 0 \quad (\text{B.13})$$

Comme la commande est à horizon fini, $dT = 0$. Si l'état final était fixé, $dx(T)$ serait également nul, et l'équation serait automatiquement vérifiée. Cependant, cela n'est **pas** le cas, et l'équation s'écrit donc comme :

$$\lambda(T) = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{t=T} \quad (\text{B.14})$$

La partie droite étant égale à :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2} \left((x(t) - x_d)^T S(T) (x(t) - x_d) \right) \quad (\text{B.15})$$

Comme la matrice S est symétrique :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{t=T} = \lambda(T) = S(T) (x(T) - x_d) \quad (\text{B.16})$$

Cette équation doit être vérifiée à $t = T$. Si l'on suppose que :

$$\lambda(t) = S(t) (x(t) - x_d) + K(t) \quad (\text{B.17})$$

avec $K(T) = 0$, l'équation est vérifiée.

Si l'on dérive cette équation :

$$\dot{\lambda} = \dot{S} (x(t) - x_d) + S\dot{x} + \dot{K} \quad (\text{B.18})$$

Avec l'équation du coétat (B.1) :

$$\dot{\lambda} = \dot{S} (x(t) - x_d) + S(Ax + Bu) + \dot{K} \quad (\text{B.19})$$

La condition stationnaire a défini la commande optimale à l'équation (B.12). Si on remplace u par cette expression :

$$\dot{\lambda} = \dot{S} (x(t) - x_d) + S \left(Ax + B \left(-R^{-1}B^T\lambda(t) + u_c \right) \right) + \dot{K} \quad (\text{B.20})$$

ce qui revient à :

$$\dot{\lambda} = \dot{S} (x(t) - x_d) + S \left(Ax - BR^{-1}B^T\lambda(t) \right) + \dot{K} + SBu_c \quad (\text{B.21})$$

Si l'on combine avec l'équation du coétat (B.9) :

$$-Q(x(t) - x_c) - A^T \lambda = \dot{S}(x(t) - x_d) + S(Ax - BR^{-1}B^T \lambda(t)) + SBu_c + \dot{K} \quad (\text{B.22})$$

Finalement, avec l'équation de λ (B.17) :

$$\begin{aligned} -Q(x(t) - x_c) - A^T S(x(t) - x_d) - A^T K = \\ \dot{S}(x(t) - x_d) + S(Ax - BR^{-1}B^T S(x(t) - x_d) - BR^{-1}B^T K) + \dot{K} + SBu_c \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Si l'on fait la somme de deux termes nuls, il est possible d'écrire une équation en $(x(t) - x_d)$:

$$\begin{aligned} -Q(x(t) - x_c) - A^T S(x(t) - x_d) - A^T K = \dot{S}(x(t) - x_d) + \\ S(Ax - BR^{-1}B^T S(x(t) - x_d) - BR^{-1}B^T K) + \dot{K} + SBu_c + \underbrace{Qx_d - Qx_d}_{=0} + \underbrace{SAx_d - SAx_d}_{=0} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

L'équation finale sera donc :

$$\begin{aligned} -\dot{S}(x(t) - x_d) = (SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q)(x(t) - x_d) \\ - Qx_c + A^T K - SBR^{-1}B^T K + SBu_c + SAx_d + Qx_d + \dot{K} \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Comme on détaillera par la suite, cette (plutôt longue) équation différentielle sera décomposée en deux équations différentielles en $K(t)$ et $S(t)$.

B.2 Résolution des Équations de la Commande Optimale

Telle qu'elle est présentée, l'équation (B.25) ne peut pas être traitée, vu qu'elle viole la causalité. L'état est connu seulement à $t = 0$, alors que les matrices $S(t)$ et $K(t)$ sont seulement connues à $t = T$. Une solution intéressante serait d'être capable de découpler les équations différentielles en $S(t)$ et $K(t)$ de l'état $x(t)$.

Donc, si l'on suppose que :

$$-Qx_c + A^T K - SBR^{-1}B^T K + SBu_c + SAx_d + Qx_d + \dot{K} = 0 \quad (\text{B.26})$$

la dernière partie de l'équation (B.25) sera nulle, et elle peut être réécrite comme :

$$-\dot{S}(x(t) - x_d) = (SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q)(x(t) - x_d) \quad (\text{B.27})$$

Cette équation sera vérifiée si $S(t)$ est la solution de l'équation différentielle de Riccati [Boyce and DiPrima, 1996] :

$$-\dot{S} = SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q \quad (\text{B.28})$$

où $S(T)$ est la valeur choisie pour le premier terme de la fonction objective (6.4). Comme le solveur de l'équation différentielle avance dans le temps¹, un changement de variables est effectué :

$$\tau = T - t \quad (\text{B.29})$$

$$S_b(\tau) = S(t) \quad (\text{B.30})$$

Maintenant $S(T) = S_b(0)$ et l'équation peut être intégrée vers l'avant. Comme $d\tau = -dt$, l'équation dévient :

$$\dot{S}_b = S_b A + A^T S_b - S_b B R^{-1} B^T S_b + Q \quad (\text{B.31})$$

Une fois que la solution de $S(t)$ est obtenue, l'étape suivante est la résolution de l'autre équation différentielle définie par l'hypothèse initiale (B.26) :

$$\dot{K} = -S A x_d - Q x_d + Q x_c - S B u_c - A^T K + S B R^{-1} B^T K \quad (\text{B.32})$$

avec $K(T) = 0$ pour vérifier l'équation (B.17).

Comme avant, soient $\tau = T - t$ et $K_b(\tau) = K(t)$. Ce qui implique $d\tau = -dt$. Donc :

$$\dot{K}_b = +S_b A x_d + Q x_d - Q x_c + S_b B u_c + A^T K_b - S_b B R^{-1} B^T K_b \quad (\text{B.33})$$

Et cela nous amène à la fin de la résolution. D'après l'équation (B.12), la commande optimale est :

$$u(t) = -R^{-1} B^T \lambda(t) + u_c$$

Donc :

$$u(t) = -R^{-1} B^T S(t) (x(t) - x_d) - R^{-1} B^T K(t) + u_c$$

ce qui peut être écrit comme :

$$u(t) = \underbrace{-R^{-1} B^T S(t) x(t)}_{\substack{\text{gain variable} \\ \text{retour d'etat}}} + \underbrace{R^{-1} B^T S(t) x_d - R^{-1} B^T K(t)}_{\text{calcul hors-ligne}} + u_c$$

qui est l'équation 6.5.

1. La fonction `ode45` [Mathworks, 2008] de Matlab

Bibliographie

- [Abdeljalil, 2006] Abdeljalil, L. (2006). *Modélisation Dynamique et Commande des Alternateurs Couplés dans un réseau électrique embarqué*. PhD thesis, Université de Nantes.
- [Abdeljalil et al., 2005] Abdeljalil, L., Belhaj, M., Aït-Ahmed, M., and Benkhoris, M. (2005). Simulation and control of electrical ship network. 11th *European Conference on Power Electronics and application (EPE)*, Dresden, Germany.
- [Adkins and Harley, 1978] Adkins, B. and Harley, R. G. (1978). *The general theory of alternating current machines : Application to practical problems*. Chapman and Hall London.
- [Arzelier, 2004] Arzelier, D. (2004). *Théorie de Lyapunov, commande robuste et optimisation - Habilitation à Diriger des Recherches*.
- [Attia et al., 2006] Attia, S. A., Alamir, M., and Canudas de Wit, C. (2006). Voltage collapse avoidance in power systems : a receding horizon approach. *Intelligent Automation and Soft Computing*, 12 :1–14.
- [Bett and Lemmon, 1999] Bett, C. J. and Lemmon, M. D. (1999). Bounded amplitude performance of switched LPV systems with applications to hybrid systems. *Automatica*, 35(3) :491 – 503.
- [Biannic, 1996] Biannic, J. M. (1996). *Commande Robuste des systèmes à paramètres variables*. PhD thesis, Centre d’Etudes et de Recherche de Toulouse.
- [Boisrobert, 2008] Boisrobert, E. (2008). *Commande à gains programmés pour les réseaux électriques embarqués*. Master’s thesis, Ecole Centrale Nantes.

- [Boonto and Werner, 2008] Boonto, S. and Werner, H. (2008). Closed-loop system identification of LPV input-output models - application to an arm-driven inverted pendulum. *47th IEEE Conference on Decision and Control, 2008. CDC 2008.*, pages 2606–2611.

- [Bouali et al., 2006] Bouali, A., Chevrel, P., and Yagoubi, M. (2006). About gain scheduled state feedback controllers for rational LPV systems. *9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, 2006. ICARCV '06.*

- [Bouali et al., 2008] Bouali, A., Yagoubi, M., and Chevrel, P. (2008). Gain scheduled observer state feedback controller for rational LPV systems. *Proceedings of the 17th World Congress, IFAC, Seoul, Korea*, pages 4922–4927.

- [Boyce and DiPrima, 1996] Boyce, W. E. and DiPrima, R. C. (1996). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley and Sons.

- [Boyd et al., 1994] Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E., and Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*. SIAM Books.

- [Boyd and Vandenberghe, 2004] Boyd, S. and Vandenberghe, L. (2004). *Convex Optimization*. Press Syndicate of the University of Cambridge.

- [Brayton et al., 1979] Brayton, R. K., Director, S. W., Hachtel, G. D., and Vidigal, L. (1979). A new algorithm for statistical circuit design based on quasi-newton methods and function splitting. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, CAS-26 :784–794.

- [Bruzelius et al., 2004] Bruzelius, F., Pettersson, S., and Breitholtz, C. (2004). Linear parameter-varying descriptions of nonlinear systems. *Proceedings of the American Control Conference*, 2 :1374 – 1379.

- [Casella and Lovera, 2008] Casella, F. and Lovera, M. (2008). LPV/LFT modelling and identification : overview, synergies and a case study. *IEEE International Conference on Computer-Aided Control Systems, 2008. CACSD 2008.*, pages 852–857.

- [Cellier, 2008] Cellier, J. (2008). *Algèbre Linéaire : des bases aux applications*. Presses Universitaires de Rennes.

- [Chadli, 2002] Chadli, M. (2002). *Stabilité et Commande de Systèmes décrits par des Multimodèles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.

- [Chadli et al., 2000] Chadli, M., Maquin, D., and Ragot, J. (2000). Relaxed stability conditions for takagi-sugeno fuzzy systems. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 2000*, 5 :3514–3519 vol.5.
- [Chereau et al., 2005] Chereau, V., Tanguy, H., and Lebre, G. (2005). Interpolated versus polytopic gain scheduling control laws for fin/rudder roll stabilisation of ships. *44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference - ECC 2005, Seville, Spain*, pages pp. 2284–2289.
- [China Classification Society, 2006] China Classification Society, . (2006). Rules for classification of sea-going steel ships. *Part 1, Provisions of Classification, vol. 1*, p93/159.
- [Clement et al., 2005] Clement, B., Duc, G., and Mauffrey, S. (2005). Aerospace launch vehicle control : A gain scheduling approach. *Control Engineering Practice*, 13(3) :333 – 347.
- [Coleman and Li, 1994] Coleman, T. F. and Li, Y. (1994). On the convergence of reflective newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds. *Mathematical Programming*, 67, Number 2 :189–224.
- [Coleman and Li, 1996] Coleman, T. F. and Li, Y. (1996). An interior, trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *SIAM Journal on Optimization*, 6 :418–445.
- [De Larminat, 1996] De Larminat, P. (1996). *Automatique : Commande des Systèmes Linéaires*. Hermès - Lavoisier.
- [Doyle et al., 1989] Doyle, J., Glover, K., Khargonekar, P., and Francis, B. (1989). State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8) :831–847.
- [Duran et al., 2009] Duran, M., Barrero, F., Toral, S., Arahal, M., and Prieto, J. (2009). Improved techniques of restrained search predictive control for multiphase drives. *13th European Conference on Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09*, pages 1–9.
- [Gajic et al., 2005] Gajic, Z., Koskie, S., and Coumarbatch, C. (2005). On the singularly perturbed matrix differential riccati equation. *44th IEEE Conference on Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05*, pages 3638–3644.

- [Garcia-Valle et al., 2009] Garcia-Valle, R., da Silva, L., Xu, Z., and Ostergaard, J. (2009). Smart demand for improving short-term voltage control on distribution networks. *Generation, Transmission & Distribution, IET*, 3(8) :724–732.
- [Giarre et al., 2006] Giarre, L., Bauso, D., Falugi, P., and Bamieh, B. (2006). LPV model identification for gain scheduling control : An application to rotating stall and surge control problem. *Control Engineering Practice*, 14(4) :351 – 361.
- [Halpin et al., 2008] Halpin, S., Harley, K., Jones, R., and Taylor, L. (2008). Slope-permissive under-voltage load shed relay for delayed voltage recovery mitigation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(3) :1211–1216.
- [Hu et al., 2009] Hu, Y., Chang, L., and Cao, B. (2009). Novel predictive voltage controlled UPS inverter for an improved stand-alone wind turbine system. *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 2009. CCECE '09*, pages 398–402.
- [Ibrahim et al., 1989] Ibrahim, A., Hogg, B., and Sharaf, M. (1989). Self-tuning automatic voltage regulators for a synchronous generator. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, 136(5) :252–260.
- [Jiang and Marcelis, 1997] Jiang, Z.-P. and Marcelis, I. (1997). A small-gain control method for nonlinear cascaded systems with dynamic uncertainties. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(3) :292–308.
- [Jouffroy, 2002] Jouffroy, J. (2002). *Stabilité et systèmes non linéaires : Réflexions sur l'analyse de contraction*. PhD thesis, Université de Savoie.
- [Jouffroy, 2003] Jouffroy, J. (2003). A simple extension of contraction theory to study incremental stability properties. *European Control Conference (ECC'03)*.
- [Krause et al., 2002] Krause, P. C., Wasynczuk, O., and Sudhoff, S. D. (2002). *Analysis of electric machinery and drive system*. Wiley IEEE press.
- [Kvieska, 2007] Kvieska, P. N. (2007). Gain scheduling : Vision générale et résultats de stabilité. Technical report, IRCCyN - Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes.

- [Kvieska, 2009] Kvieska, P. N. (2009). Commande anticipative à gains programmés : Application aux réseaux électriques embarqués. *Journée des Doctorants de l'ED STIM 2009 - Nantes, France*.
- [Kvieska et al., 2009a] Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M., and Lebrete, G. (2009a). LPV systems : Theoretical results for gain scheduling. *European Control Conference (ECC'09), Budapest, Hungary*.
- [Kvieska et al., 2010] Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M., and Lebrete, G. (2010). An anticipative control application for marine on-board electrical network. *15th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference - MELECON - Valletta, Malta*.
- [Kvieska et al., 2009b] Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M., Lebrete, G., and Yao, G. (2009b). Modeling and simulation of marine on-board electrical network. *13th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE), Barcelona, Spain*.
- [Kvieska et al., 2009c] Kvieska, P. N., Aït-Ahmed, M., Lebrete, G., and Yao, G. (2009c). Output voltage control of marine on-board electrical network. *European Control Conference (ECC'09), Budapest, Hungary*.
- [Kvieska et al., 2008] Kvieska, P. N., Lebrete, G., and Aït-Ahmed, M. (2008). Gain scheduled LPV systems : Global vision and stability results. *23rd IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Coventry, United Kingdom*, No Copyright Held.
- [Kwon et al., 1999] Kwon, B.-H., Youm, J.-H., and Choi, J.-H. (1999). Automatic voltage regulator with fast dynamic speed. *Electric Power Applications, IEE Proceedings*, 146(2) :201–207.
- [Laub et al., 1987] Laub, A. J., Heath, M. T., Paige, C. C., and Ward, R. C. (1987). Computation of system balancing transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-32, No. 2 :115–122.
- [Lebrete, 2007a] Lebrete, G. (2007a). *Commande Modale*. Polycopié de Cours - Ecole Centrale Nantes.
- [Lebrete, 2007b] Lebrete, G. (2007b). *Méthodologie de la Commande*. Polycopié de Cours - Ecole Centrale Nantes.

- [Lee et al., 2007] Lee, D.-H., Ahn, J.-W., and Chun, T.-W. (2007). A variable gain control scheme of digital automatic voltage regulator for AC generator. *7th International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 2007. PEDS '07*, pages 1730–1734.
- [Leith and Leithead, 2000] Leith, D. J. and Leithead, W. E. (2000). Survey of gain-scheduling analysis and design. *International Journal Of Control*, 73(11) :1001–1025.
- [Lesenne et al., 1994] Lesenne, J., Notelet, F., and Segquier, G. (1994). *Introduction à l'électrotechnique approfondie*. Lavoisier Technique et Documentation.
- [Lewis, 1986] Lewis, F. L. (1986). *Optimal Control*. Wiley-Interscience Publication.
- [Lin and Gong, 2003] Lin, W. and Gong, Q. (2003). A remark on partial-state feedback stabilization of cascade systems using small gain theorem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(3) :497–499.
- [Lohmiller and Slotine, 1998] Lohmiller, W. and Slotine, J.-J. E. (1998). On contraction analysis for nonlinear systems. *Automatica*, no. 6, 34 :683–696.
- [Masubuchi et al., 2003] Masubuchi, I., Akiyama, T., and Saeki, M. (2003). Synthesis of output feedback gain-scheduling controllers based on descriptor LPV system representation. *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA*.
- [Mathworks, 2008] Mathworks (2008). *Matlab User Guide*.
- [Mehendale and Grigoriadis, 2006] Mehendale, C. S. and Grigoriadis, K. M. (2006). Performance of LPV gain-scheduled systems. *Proceedings of the 2006 American Control Conference, Minneapolis, Minnesota*.
- [Mercère, 2008] Mercère, G. (2008). *Introduction à la Commande Optimale*. Polycopié de Cours - École Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers.
- [Moler and Van Loan, 1978] Moler, C. B. and Van Loan, C. F. (1978). Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix. *SIAM-REVIEW*, 20(4) :801–836.
- [Moore, 1981] Moore, B. C. (1981). Principal component analysis in linear systems : Controllability, observability, and model reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26 :17–32.

- [Moulay, 2006] Moulay, E. (2006). *Stabilité des Equation Différentiels Ordinaires*. Institut de Recherche en Communications et en Cybernétique de Nantes (IRCCyN).
- [Mouni et al., 2007] Mouni, E., Tnani, S., and Champenois, G. (2007). Output voltage control of synchronous generator using a hybrid converter. In *EUROCON, 2007. The International Conference on "Computer as a Tool"*, pages 1780–1785.
- [Mouni et al., 2009] Mouni, E., Tnani, S., and Champenois, G. (2009). Synchronous generator output voltage real-time feedback control via H_∞ strategy. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 24(2) :329–337.
- [NATO, 1994] NATO (1994). *Standardization Agreement 1008 - STANAG*. North Atlantic Treaty Organization- NATO.
- [Nocedal and Wriyth, 2006] Nocedal, J. and Wriyth, S. (2006). *Numerical Optimization*. Springer-Verlag New York Inc - 2nd Revised Edition.
- [Orjuela et al., 2008] Orjuela, R., Marx, B., Ragot, J., and Maquin, D. (2008). Estimating the state and the unknown inputs of nonlinear systems using a multiple model approach. In *16th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2008*, pages 1375–1380.
- [Peaucelle, 2000] Peaucelle, D. (2000). *Formulation Générique de problèmes en analyse et commande robuste par les fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres*. PhD thesis, Université Toulouse III - Paul Sabatier.
- [Plavsic and Kuzle, 2009] Plavsic, T. and Kuzle, I. (2009). Different approaches to short-term optimal voltage scheduling based on voltage control zones concept. *PowerTech, 2009 IEEE Bucharest*, pages 1–6.
- [Poussot-Vassal et al., 2008] Poussot-Vassal, C., Drivet, A., Sename, O., Dugard, L., and Ramirez-Mendoza, R. (2008). A self tuning suspension controller for multi-body quarter vehicle model. *Proceedings of the 17th World Congress - IFAC - Seoul, Korea*, pages 3410–3415.
- [Praly, 2002] Praly, L. (2002). *Fonctions de Lyapunov et Stabilisation de point d'équilibre*. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris - Centre Automatique et Systèmes.

- [Rebours et al., 2007] Rebours, Y. G., Kirschen, D. S., Trotignon, M., and Rossignol, S. (2007). A survey of frequency and voltage control ancillary services - part I : Technical features. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(1) :350–357.
- [Rugh and Shamma, 2000] Rugh, W. J. and Shamma, J. S. (2000). Research on gain scheduling. *Automatica*, 36(10) :1401–1425.
- [Scherer, 1996] Scherer, C. (1996). Mixed H_2/H_∞ control for time-varying and linear parametrically-varying systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 6, no. 9-10 :929–952.
- [Scherer and Weiland, 2005] Scherer, C. and Weiland, S. (2005). *Linear Matrix Inequalities in Control*. Polycopié de Cours - Delft Center for Systems and Control (DCSC) - Delft University of Technology.
- [Scorletti, 1997] Scorletti, G. (1997). *Approche Unifiée de l'analyse et de la commande des systèmes par formulation LMI*. PhD thesis, Paris XI Orsay.
- [Scorletti and Fromion, 2004] Scorletti, G. and Fromion, V. (2004). *Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle H_∞* . Cours de 3A Instru Auto de l'ENSI de Caen.
- [Segura et al., 2009] Segura, F., Andujar, J. M., and Duran, E. (2009). AC and DC output fuel cell hybrid system : Design, building and testing. In *13th European Conference on Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09*, pages 1–10.
- [Shamma and Athan, 1990] Shamma, J. S. and Athan, M. (1990). Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35 :898–907.
- [Shampine, 1994] Shampine, L. F. (1994). *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations*. Chapman & Hall.
- [Toth et al., 2009] Toth, R., Willems, J. C., Heuberger, P. S. C., and Van den Hof, P. M. J. (2009). A behavioral approach to LPV systems. *European Control Conference (ECC), Budapest, Hungary*, pages 2015–2020.
- [Utkin, 1993] Utkin, V. (1993). Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1) :23–36.

- [Wilde and Kokotovic, 1972] Wilde, R. and Kokotovic, P. (1972). A dichotomy in linear control theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 17(3) :382–383.
- [Wingerden and Verhaegen, 2008] Wingerden, J. and Verhaegen, M. (2008). Subspace identification of multivariable LPV systems : a novel approach. *2008 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design*, pages 840–845.
- [Wu, 1995] Wu, F. (1995). *Control of Linear Parameter Varying Systems*. PhD thesis, University of California at Berkeley.
- [Wu and Dong, 2006] Wu, F. and Dong, K. (2006). Gain-scheduling control of LFT systems using parameter-dependent lyapunov functions. *Automatica*, 42(1) :39 – 50.
- [Wu and Prajna, 2004] Wu, F. and Prajna, S. (2004). A new solution approach to polynomial LPV system analysis and synthesis. *Proceedings of the American Control Conference*, 2 :1362 – 1367.
- [Wu and Prajna, 2005] Wu, F. and Prajna, S. (2005). SOS-based solution approach to polynomial LPV system analysis and synthesis problems. *International Journal of Control*, 78(8) :600–611.
- [Yao et al., 2009a] Yao, G., Aït-Ahmed, M., Lebret, G., Kvieska, P. N., and Tang, T. (2009a). A neural network based alternator power angle estimation method for marine electrical network supervision and control. *13th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE), Barcelona, Spain*.
- [Yao et al., 2009b] Yao, G., Aït-Ahmed, M., Lebret, G., Kvieska, P. N., and Tang, T. (2009b). An onboard electrical network platform - modeling and simulation. *American Control Conference (ACC), Saint-Louis, Missouri, USA*, pages 2761 – 2766.
- [Yeom, 2009] Yeom, D. (2009). Optical image stabilizer for digital photographing apparatus. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 55(3) :1028–1031.
- [Yu et al., 2004] Yu, Z., Chen, H., and Woo, P.-Y. (2004). Gain scheduled output feedback control based on lti controller interpolation that preserves LPV H_∞ performance. *Journal of Intelligent and Robotic Systems : Theory and Applications*, 40(2) :183 – 206.

- [Zames, 1981] Zames, G. (1981). Feedback and optimal sensitivity : Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(2) :301–320.
- [Zhang et al., 2008] Zhang, W., Wang, X., and Song, Y. (2008). A stability criterion for weighting multiple model adaptive control. *ICCAS 2008. International Conference on Control, Automation and Systems, 2008*, pages 642–646.
- [Zhu and Xu, 2008] Zhu, Y. and Xu, Z. (2008). A method of LPV model identification for control. *Proceedings of the 17th World Congress- IFAC - Seoul, Korea*, pages 5018–5023.

Contribution à la commande des réseaux électriques embarqués par des techniques à Gains Programmés

Le but principal des nos travaux est de commander la tension de sortie de réseaux électriques embarqués. La première partie de ce manuscrit étudie en détail la modélisation et le comportement de ces systèmes. Sous certaines conditions de fonctionnement, ils peuvent être représentés comme des modèles Linéaires à Paramètres Variants (LPV). Il est ainsi possible de prouver la stabilité et la performance des systèmes avec des outils théoriques bien établis.

Ces systèmes présentent des dynamiques très riches, et il est, dans certaines situations, très difficile de les commander. Une analyse dynamique est présentée, et une classification des systèmes en fonction des charges connectées est proposée. A partir de cette classification, il est possible de décider quelle stratégie de commande doit être utilisée pour les piloter.

La deuxième partie de ce manuscrit apporte une contribution à la commande des réseaux électriques embarqués. Classiquement, une approche basée sur le “rejet de perturbation” est utilisée : le système subit l’impact de charge et le régulateur de tension doit ramener cette grandeur à sa valeur nominale. Notre stratégie est différente : avant que l’impact ne se produise, le système est amené à un état plus favorable à celui-ci. De cette façon la commande utilisée au moment de l’impact permet alors de mieux l’atténuer.

Comme le modèle du système varie pour chaque charge différente, les gains des régulateurs que nous avons développés s’adaptent à cette variation. De cette façon, pour toute charge, un régulateur optimal est utilisé pour commander le système. D’où la dénomination de “Commande Anticipative à Gains Programmés”.

Mots-clés : Réseaux Électriques Embarqués, Gains Programmés, Linéaire à Paramètres Variants (LPV), Commande Optimale, Commande Anticipative

Contribution to electrical embedded network control using Gain Scheduling techniques

The main goal of our research is to control the output voltage of electrical embedded networks. The first part of this manuscript presents a detailed description of the model and behaviour of these systems. Under some working conditions, they can be written as Linear Parameter Varying (LPV) models. It is then possible to prove stability and performance with well established theoretical tools.

These systems present very rich dynamics, and, in some situations, it is very hard to control them. A dynamical analysis is presented, and a classification of the systems based on the connected loads is proposed. From this classification it is possible to decide which control strategy should be used to control them.

The second part of this manuscript proposes a technique for controlling electrical embedded networks. Usually, to deal with load commutations, a noise-rejection approach is used : the system is in its steady-state working status, and a commutation happens. As output voltage deviates from its nominal value, the controller has to bring it back. Our approach is different : before commutation happens, the system is led to a more suited stated for it. This way the control signal used during the load impact allows us to better attenuate it.

As the system’s model varies for each different load, the controller’s gains will adapt to this variation. This way, for each load an optimal controller is used to drive the system. Hence the denomination : “Anticipative Gain-Scheduling Control”.

Keywords : Electrical Embedded Networks, Gain Scheduling, Linear Parameter Varying (LPV), Optimal Control, Anticipative Control

Discipline : Sciences pour l’ingénieur